

ОСОБЕННОСТИ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКОГО РАСЧЕТА АППАРАТА С ПРЕЦЕССИРУЮЩЕЙ МЕШАЛКОЙ

© 2024 г. И. В. Доманский^{а, *}, В. А. Некрасов^а

^а Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), Санкт-Петербург, Россия

* e-mail: domanskij.iv@gmail.com

Поступила в редакцию 30.12.2023 г.

После доработки 17.04.2024 г.

Принята к публикации 20.04.2024 г.

Поведение вала с осевой мешалкой, подвешенного на приводном валу вдоль оси смесителя посредством шарнира Гука, зависит от типа мешалки, физических свойств перемешиваемой жидкости и от частоты вращения мешалки. На основе общих гидродинамических закономерностей в работе получены уравнения для расчета двух предельных частот, в интервале которых наблюдается свободное прецессионное вращение вала, уравнения для расчета мощности, затрачиваемой на перемешивание, и радиуса окружности, описываемой центром мешалки при прецессионном движении. Коэффициенты предложенных уравнений найдены или уточнены экспериментально.

Ключевые слова: частота вращения мешалки, частота прецессии, устойчивость, радиус прецессии, коэффициент мощности.

DOI: 10.31857/S0040357124020011, **EDN:** CUXJSU

ВВЕДЕНИЕ

Смеситель, представляющий собой цилиндрическую емкость с плоским днищем, в которой соосно установлено механическое перемешивающее устройство (МПУ), рис. 1, является основой крупнотоннажных производств в гидрометаллургии, химической, биотехнологической и других отраслях промышленности [1–5].

В настоящее время для проведения различных технологических процессов, таких, например, как извлечение целевого компонента из измельченных руд, применяются аппараты без внутренних устройств трех типов:

1. Корпус аппарата имеет 2÷4 вертикальные отражательные перегородки, вал МПУ и корпус соосны, нижний подшипник вала оставляет МПУ лишь одну степень свободы – вращение вокруг собственной оси (рис. 1, а).

2. В отличие от аппарата типа 1, корпус гладкостенный, т. е. не имеет отражательных перегородок (рис. 1, б).

3. Корпус гладкостенный, вал МПУ соединен с валом мотор-редуктора с помощью шарнира Гука, нижний подшипник отсутствует (рис. 1, в). Вал имеет три степени свободы.

Для обеспечения безаварийной эксплуатации аппарата 3-го типа необходимо укомплектовать его ограничителем отклонения вала МПУ от оси аппарата. Один из вариантов приведен на

рис. 1, в. Опорное кольцо 1 установлено на днище посредством трех-четырех шарнирно связанных с ним стержней 2. Центровка кольца осуществляется посредством трех-четырех пружин. На нижнем конце вала установлено свободно вращающееся колесо 3. Наличие ограничителя позволяет эксплуатировать аппарат при переменной высоте слоя перемешиваемой жидкости при выполнении условия, что мешалка погружена в жидкость как при сливе, так и при заполнении аппарата.

В зависимости от частоты вращения МПУ в аппарате 3-го типа может быть реализовано три режима работы.

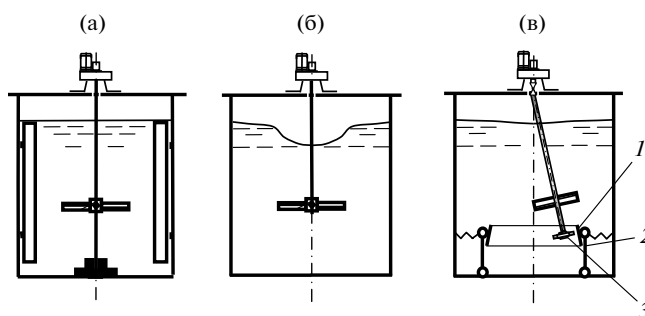


Рис. 1. Смесители большого объема: а – 1-го типа с отражательными перегородками, осевой мешалкой и нижним подшипником вала; б – 2-го типа с гладкостенным корпусом; в – 3-го типа с прецессионной мешалкой.

При частоте вращения вала привода $n < n_{\min}$ вал МПУ вращается только вокруг собственной оси, совпадающей с осью корпуса, аппарат ведет себя аналогично аппарату типа 2.

При $n > n_{\min}$ вал МПУ отклоняется от оси корпуса на угол φ и совершает кроме вращения вокруг собственной оси с частотой $n_{\text{в}}$ еще и прецессионное вращение с частотой $n_{\text{пр}}$ (рис. 1, в). При этом выполняется условие [17]:

$$n = n_{\text{в}} + n_{\text{пр}}. \quad (1)$$

Отклонение вала МПУ, определяемое как радиус прецессионного вращения центра мешалки $r_{\text{пр}}$, и угол отклонения вала МПУ от оси смесителя φ связаны соотношением:

$$r_{\text{пр}} = L \sin \varphi, \quad (2)$$

где L — расстояние от шарнира Гука до центра мешалки, м.

Мешалка при этом непосредственно воздействует на жидкость в круге радиусом:

$$R_{\text{э}} = R_{\text{м}} + r_{\text{пр}}, \quad (3)$$

который можно воспринимать как эффективный радиус мешалки.

При частоте $n = n_{\text{огр}}$ отклонение вала МПУ достигает ограничителя, т. е. $r_{\text{пр}}$ становится равным $r_{\text{огр}}$, а эффективный радиус мешалки достигает максимальной величины:

$$R_{\text{э max}} = R_{\text{м}} + r_{\text{огр}}. \quad (4)$$

При частотах $n > n_{\text{огр}}$ происходит прецессионное вращение при фиксированном отклонении, т. е. при радиусе $r_{\text{огр}}$.

Отметим, что устойчивое прецессионное движение наблюдается при применении осевых мешалок с наклонными лопастями, которые нагнетают жидкость вверх. В аппарате наблюдается интенсивное *одноконтурное циркуляционное* течение. При этом площади сечений восходящего и нисходящего потоков на уровне расположения мешалки примерно равны [6–9], т. е. сечение восходящего потока — круг, радиус которого составляет $0.707 R_{\text{а}}$. Для обеспечения свободной, не стесненной дополнительными препятствиями циркуляции жидкости, мешалка и при наличии прецессионного движения должна располагаться полностью в зоне восходящего течения, т. е. необходимо выполнить условие:

$$R_{\text{э max}} = k_{\text{э}} \cdot R_{\text{а}}, \quad (5)$$

в котором коэффициент $k_{\text{э}} \leq 0.707$.

Приведем некоторые соотношения, которые необходимы для последующего анализа.

Уравнение для расчета частоты прецессионного вращения, вывод которого на основе момент-

ной формы 2-го закона Ньютона приведен в [17], имеет вид:

$$n_{\text{пр}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{S_x (\rho_{\text{м}} - \rho)}{J_x \rho_{\text{м}} \cos \varphi}}. \quad (6)$$

При принятых в [17] допущениях уравнение (6) — это уравнение моментов сил тяжести, сил Архимеда и центробежных сил, действующих на элементы МПУ, относительно оси x , проходящей через центр шарнира Гука нормально к плоскости, в которой расположены оси вала и сосуда смесителя.

При наличии прецессионного движения в шарнире Гука происходит разложение приводного крутящего момента M . При установившемся режиме:

$$\vec{M} = \vec{M}_{\text{в}} + \vec{M}_{\text{пр}}. \quad (7)$$

Векторы $\vec{M}_{\text{в}}$ и $\vec{M}_{\text{пр}}$ перпендикулярны [17], т. е. справедливо соотношение:

$$M_{\text{пр}} = M \cdot \sin \varphi. \quad (8)$$

Выбор типа аппарата зависит от проводимого в нем процесса. В качестве примера приведем решение этой задачи при проведении процесса суспензирования мелкодисперсной твердой фазы, входящей в состав перемешиваемой суспензии. Условие суспензирования тесно связано с вводимой на перемешивание суспензии мощностью [12, 13], величина которой увеличивается [9, 10] с ростом диаметра частиц и плотности дисперсной фазы, т. е. требуется повышение частоты вращения мешалки n .

В работах [12–14] показано, что в гладкостенных аппаратах промышленных размеров удельные затраты мощности для поддержания дисперсной фазы во взвешенном состоянии в 4–5 раз меньше, чем в аппарате с отражательными перегородками.

Аппараты 2-го типа наиболее ограниченные по вводимой мощности. Максимальная вводимая мощность определяется глубиной воронки, достигающей ступицы мешалки. Это ограничивает крупность взвешиваемых частиц.

При этом в аппарате 2-го типа увеличивается глубина воронки. При достижении ею уровня мешалки начинается подсос воздуха и диспергирование его в жидкость, что приводит к снижению мощности, к невозможности выполнения условия взвешивания твердой фазы. Это явление ограничивает крупность взвешиваемых частиц. Аппарат 1-го типа такого ограничения не имеет, он более универсален, способен взвешивать более широкий диапазон размеров частиц твердой фазы.

Однако, как показано в [12–14], при турбулентном режиме перемешивания, если полное взвешивание твердой фазы возможно в аппарате 2-го типа, то оно происходит при существенно более низких энергозатратах.

Аппарат 3-го типа, если в нем МПУ совершает прецессионное движение, совмещает достоинства аппаратов 1-го и 2-го типов. Отметим, что в [17] приведена одномерная математическая модель такого аппарата, справедливость которой проверена для турбулентного режима перемешивания. Однако применение этой математической модели весьма затруднительно из-за необходимости создания программы расчета.

Для упрощения гидродинамических расчетов, выбора конструктивных и режимных параметров проектируемого смесителя 3-го типа необходимо найти решение целого ряда задач.

Отметим, что перемешивание при $n < n_{min}$ для стандартных мешалок достаточно полно исследовано [16, 18]. Для характеристики энергозатрат, как правило, применяется коэффициент мощности N_p .

Цель работы. На основе обобщения данных численного эксперимента и лабораторных испытаний с привлечением общих гидродинамических закономерностей найти уравнения для расчета:

1. Минимальной частоты n_{min} , превышение которой приводит к прецессионному движению вала МПУ.
2. Мощности P , затрачиваемой на перемешивание жидкости при свободной прецессии мешалки.
3. Частоты $n_{огр}$, при которой МПУ касается ограничителя.
4. Мощности P , затрачиваемой на перемешивание жидкости при ограниченном отклонении прецессирующей мешалке.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Приведем анализ всех сформулированных задач.

Условие возникновения прецессии, расчет n_{min}

Для упрощения решения задачи об устойчивости центрального вращения подвешенного на шарнире Гука МПУ примем, что поле окружных скоростей в зоне вращения мешалки $r \leq R_m$ подчиняется зависимости:

$$u_{ж} = 2\pi n_{ж} r \quad (9)$$

в которой $n_{ж}$ — угловая скорость вращения жидкости, при которой крутящий момент на валу ме-

шалки равен крутящему моменту M при реальном поле скоростей.

Найдем выражение для расчета $n_{ж}$. При известной величине коэффициента мощности для смесителя с центрально вращающейся мешалкой:

$$N_{p0} = \frac{P_0}{\rho n^3 D^5}, \quad (10)$$

а также с учетом того, что

$$P_0 = 2\pi n M \quad (11)$$

нетрудно найти

$$M = \frac{N_{p0} \rho n^2 D^5}{2\pi}. \quad (12)$$

Силу, действующую на элементарную площадку лопасти мешалки $h \cdot dr$, можно вычислить по формуле [16]:

$$dF = \zeta \frac{\rho (2\pi n r - 2\pi n_{ж} r)^2}{2} h \cdot dr, \quad (13)$$

а крутящий момент, действующий на все лопасти мешалки в количестве z :

$$M = z \int_0^{R_m} r dF. \quad (14)$$

После интегрирования (14) с учетом (13) получим выражение для расчета крутящего момента при принятом поле скоростей:

$$M = \frac{1}{2} \zeta_m R_m^5 \rho \pi^2 n^2 (1 - n_{ж}/n)^2, \quad (15)$$

где коэффициент сопротивления мешалки:

$$\zeta_m = \zeta \cdot z \cdot \frac{h}{R_m}. \quad (16)$$

Из равенства выражений (12) и (15) следует:

$$\frac{n_{ж}}{n} = 1 - \left(\frac{32 N_{p0}}{\pi^3 \zeta_m} \right)^{0.5}. \quad (17)$$

Известно, что система устойчива, если после вывода ее из состояния равновесия она возвращается в исходное равновесное положение.

Пусть исходное равновесное положение — центральное вращение вала МПУ, при этом $\varphi = 0$ и $M_{пр} = 0$. При возмущении в виде отклонения вала мешалки от оси аппарата на угол $d\varphi$ возможны варианты отклика являются:

1 при $n_{пр} < n_{ж}$ — *центрально вращение неустойчиво*, поскольку вращающаяся жидкость увлекает мешалку, $n_{пр}$ растет, растет и центробежная сила и в соответствии с (6) растет угол φ ;

2 при $n_{пр} > n_{ж}$ — *система устойчива*, т. к. мешалка возвращается в исходное положение. Жидкость притормаживает прецессионное враще-

ние мешалки, $n_{\text{пр}}$ уменьшается, и, следовательно, снижается и угол $\delta\varphi$.

Итак, условие устойчивого центрального вращения подвешенного на шарнире Гука МПУ можно представить в виде $n_{\text{ж}} = n_{\text{пр}}$, а с учетом (17) уравнение для расчета минимальной частоты вращения привода, при которой центральное вращение теряет устойчивость, имеет вид:

$$\tilde{n}_{\min} = \frac{n_{\min}}{n_{\text{пр}}} = \frac{1}{1 - (k_n N_{p0}/\zeta_m)^{0.5}}, \quad (18)$$

где

$$k_n = 32/\pi^3 = 0.97 \quad (19)$$

Мощность, затрачиваемая на перемешивание при $n_{\min} < n < n_{\text{огр}}$

При наличии прецессионного движения вала МПУ в шарнире Гука происходит разделение приводного крутящего момента M согласно (7). Действие составляющей $M_{\text{пр}}$ приводит к опережающему прецессионному вращению относительно вращательного движения жидкости вокруг оси смесителя. Постоянное обновление жидкости вблизи МПУ приводит к тому, что вокруг оси мешалки не возникает вращательного движения жидкости. Мешалка работает как бы в пусковом режиме.

Рассмотрим уравнения, совокупность которых приведет к зависимости для расчета коэффициента мощности N_p .

Определяя силу, действующую на элементарную площадку лопасти мешалки $h \cdot dr$, пренебрежем разностью между тангенциальной составляющей скорости жидкости и скорости прецессионного движения мешалки в силу малости, по сравнению с разностью скорости лопасти относительно перемешиваемой жидкости, т. е. примем, что

$$dF = \zeta \frac{\rho (2\pi n_{\text{пр}} r)^2}{2} h \cdot dr. \quad (20)$$

В этом уравнении r — радиус расположения площадки dF относительно оси прецессирующего вала.

Тогда очевидно, что для крутящего момента $M_{\text{в}}$, действующего на все лопасти z прецессирующей мешалки, можно записать:

$$M_{\text{в}} = z \int_0^{R_m} r \cdot dF. \quad (21)$$

После интегрирования (21) с учетом (20) и (16) получим:

$$M_{\text{в}} = \pi^2 \zeta_m R_m^5 \rho \frac{n_{\text{в}}^2}{2}. \quad (22)$$

Поскольку

$$M_{\text{в}} = M \cdot \cos \varphi, \quad (23)$$

а

$$P = M \cdot 2 \cdot \pi \cdot n, \quad (24)$$

то коэффициент мощности N_p с учетом совокупности уравнений (1), (22)–(24) можно выразить в виде:

$$N_p = \frac{P}{\rho \cdot n^3 D^5} = \frac{\pi^3}{2^5} \frac{\zeta_m}{\cos \varphi} \left(1 - \frac{n_{\text{пр}}}{n}\right)^2. \quad (25)$$

Поскольку угол прецессии φ не превышает 15° , то $\cos \varphi > 0.96$, а $\pi^3/2^5 = 0.97$, вполне допустимо уравнение (25) представить в виде:

$$N_p = k_p \zeta_m \left(\frac{\tilde{n} - 1}{\tilde{n}}\right)^2, \quad (26)$$

в котором $k_p \approx 1$, а

$$\tilde{n} = n/n_{\text{пр}}. \quad (27)$$

Расчет радиуса прецессии мешалки $r_{\text{пр}}$

Уравнения (2) и (8) позволяют представить выражение для расчета $r_{\text{пр}}$ в виде:

$$r_{\text{пр}} = \frac{M_{\text{пр}}}{M} L. \quad (28)$$

Для расчета $M_{\text{пр}}$ применимо уравнение [17]:

$$M_{\text{пр}} = z \int_0^{R_m} L dF_n, \quad (29)$$

в котором dF_n — проекция силы dF на нормаль к плоскости, в которой расположены оси вала и сосуда смесителя, z — количество лопастей мешалки.

Последующий анализ выполнен при условиях: $L = 0.7 \cdot H$, $H = T$. Анализ уравнений (22), (23), (1) и (29) позволяет выявить перечень параметров, определяющих соотношение моментов в уравнении (28). В безразмерной, критериальной форме соотношение (28) можно представить в виде:

$$\tilde{r}_{\text{пр}} = r_{\text{пр}}/R_m = \tilde{n} \cdot f(\zeta_m, \tilde{n}, \Gamma_D, \mathbf{Re}_{\text{пр}}), \quad (30)$$

в котором

$$\mathbf{Re}_{\text{пр}} = \frac{n_{\text{пр}} \cdot D^2}{\nu} = \frac{n_{\text{пр}}}{n} \mathbf{Re} = \frac{\mathbf{Re}}{\tilde{n}}. \quad (31)$$

Экспериментальные исследования показали, что при частоте вращения мешалки $n > 1.5 \cdot n_{\min}$ с ростом частоты наблюдается линейный рост $\tilde{r}_{\text{пр}}$ (см. рис. 2), т. е. переменная f в уравнении (30) не зависит от $\tilde{n}$, что позволяет его представить в виде:

$$\tilde{r}_{\text{пр}} = A^{-1} \cdot \tilde{n} \quad (32)$$

или

$$\tilde{n} = A \cdot \tilde{r}_{\text{пр}}. \quad (33)$$

Уравнение для расчета A представимо в виде степенного одночлена:

$$A = k_A \cdot \zeta_M^a \Gamma_D^b \text{Re}_{\text{пр}}^A, \quad (34)$$

коэффициенты которого можно найти на основе обработки опытных данных.

Если при частоте $n = n_{\text{огр}}$ МПУ касается ограничителя (рис. 1, в), то радиус прецессии составит $r_{\text{пр}} = r_{\text{огр}}$, а уравнение (33) примет вид:

$$\tilde{n}_{\text{огр}} = n_{\text{огр}}/n_{\text{пр}} = A \cdot \tilde{r}_{\text{огр}}. \quad (35)$$

Если предварительно принята величина k_Σ , то с учетом (4) составит:

$$r_{\text{огр}} = k_{\Sigma, \text{max}} \cdot R_a - R_M,$$

или в безразмерном виде:

$$\tilde{r}_{\text{огр}} = \frac{r_{\text{огр}}}{R_M} = \frac{k_\Sigma}{\Gamma_D} - 1. \quad (36)$$

Мощность, затрачиваемая на перемешивание при $n > n_{\text{огр}}$

При работе аппарата в режиме $n > n_{\text{огр}}$ МПУ опирается об ограничитель, радиус прецессии не изменяется, $r_{\text{пр}} = r_{\text{огр}} = \text{const}$, сохраняет свою величину и коэффициент уравнения (33) $A = \text{const}$. Следовательно, с ростом n величина $\tilde{n}$ остается постоянной, т. е. рост частоты n сопровождается пропорциональным ростом частоты прецессии, которую можно вычислить по формуле:

$$n_{\text{пр}, n > n_{\text{огр}}} = n/\tilde{n}_{\text{огр}}, \quad (37)$$

а расчет коэффициента мощности N_p можно проводить по формуле (26), в которой $\tilde{n} = \tilde{n}_{\text{огр}}$:

$$N_{p, n > n_{\text{огр}}} = k_p \zeta_M \left(\frac{\tilde{n}_{\text{огр}} - 1}{\tilde{n}_{\text{огр}}} \right)^2. \quad (38)$$

Рост $n_{\text{пр}, n > n_{\text{огр}}}$ происходит в результате воздействия силы $F_{\text{огр}}$ со стороны ограничителя на МПУ. Несложные преобразования уравнения моментов сил, действующих на элементы МПУ с учетом $F_{\text{огр}}$, позволяют получить формулу для вычисления этой силы:

$$F_{\text{огр}} = \left[\left(\frac{n}{n_{\text{огр}}} \right)^2 - 1 \right] \cdot \frac{S_x g (\rho_M - \rho)}{L_B \rho_M} \sin \varphi, \quad (39)$$

где L_B — полная длина вала от шарнира Гука до опорного ролика ограничителя.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Уточнение коэффициентов k_n и k_p в уравнениях (18), (26) и определение коэффициентов уравнения (34) возможно на основе численного эксперимента и опытных данных, полученных при испытании лабораторного аппарата.

Численный эксперимент — это расчеты по программе, составленной на основе уравнений одномерной модели, описание которой приведено в [17]. Для сокращения объема вычислений уравнения модели приводились к безразмерному виду. Расчеты проводились при следующих значениях безразмерных параметров: $\Gamma_D = (0.25, 0.3, 0.33)$, $\Gamma_H = 1$, $L/H = 0.7$ для трех типов мешалок:

1. 3-лопастная с углом наклона 24° , $\zeta_M = 0.49$;
2. 3-лопастная с углом наклона 30° , $\zeta_M = 0.72$;
3. 4-лопастная с углом наклона 45° , $\zeta_M = 1.95$.

Критерий Re и $\tilde{n}$ изменялись в диапазонах:

при $\zeta_M = 0.49$: $\text{Re} = 6.4 \cdot 10^4 \div 1.5 \cdot 10^7$; $\tilde{n} = 3.2 \div 22$;

при $\zeta_M = 0.72$: $\text{Re} = 5.3 \cdot 10^4 \div 1.1 \cdot 10^7$; $\tilde{n} = 2.8 \div 15$;

при $\zeta_M = 1.92$: $\text{Re} = 3.7 \cdot 10^4 \div 7.6 \cdot 10^6$; $\tilde{n} = 2.5 \div 10.3$.

Поиск коэффициентов уравнения (34) проводился методом наименьших квадратов. В результате получено уравнение:

$$A = 3.1 \cdot \zeta_M^{-0.35} \Gamma_D^{-0.83} \text{Re}_{\text{пр}}^{-0.06}, \quad (40)$$

среднеквадратичная относительная погрешность которого равна 1.1%.

Уравнение (33) с учетом (40) описывает зависимость $\tilde{r}_{\text{пр}}$ от $\tilde{n}$.

На рис. 2 показан пример такой зависимости. На этом же рисунке приведена “точка”, координаты которой вычислены по (18) — $(0, n_{\text{мин}})$, характеризующая появление прецессионного движения.

На рис. 3 приведено также в качестве примера сопоставление результатов определения коэффициентов мощности N_p , полученных на основе численного эксперимента и рассчитанных по уравнению (26) для мешалки с $\zeta_M = 1.92$. Среднеквадратичная относительная погрешность равна 5%. Отметим, что невысокая точность аппроксимации наблюдается лишь в области развития прецессионного вращения. В области $n > 1.5n_{\text{мин}}$ среднеквадратичная погрешность равна 1%.

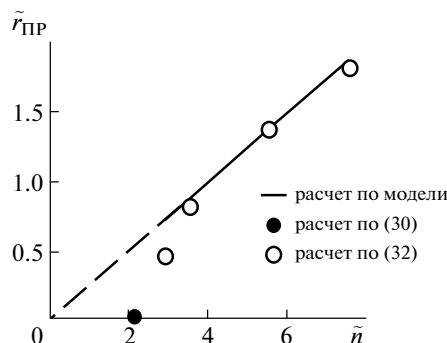
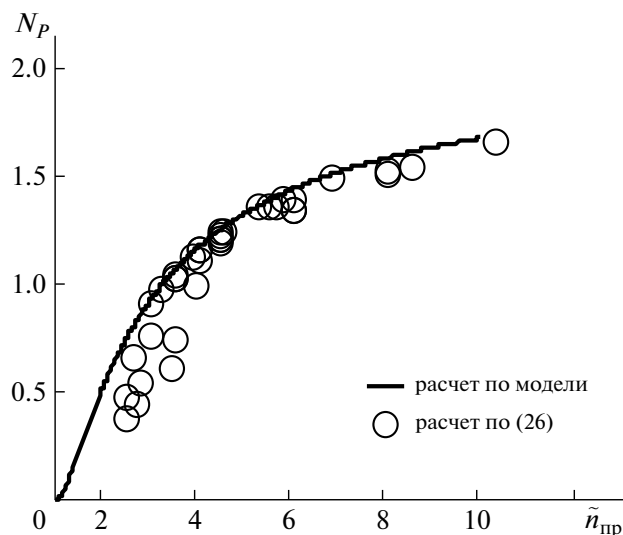


Рис. 2. Зависимость радиуса прецессии $\tilde{r}_{\text{пр}}$ от относительной частоты $\tilde{n}$ при $\zeta_M = 0.72$, $\Gamma_D = 0.3$, $\text{Re}_{\text{пр}} = 1.35 \cdot 10^6$.

Рис. 3. Зависимость N_p от $\tilde{n}_{пр}$.

Главная задача лабораторных испытаний — уточнение коэффициента k_n уравнения (18). Попутная — проверка сходимости опытных данных с рассчитанными по уравнениям (26) и (38), т. е. сходимость данных численного эксперимента и реальных опытов.

Основной элемент опытной установки — цилиндрический стеклянный сосуд с плоским дном диаметром $T = 0.39$ м. Высота слоя перемешиваемой жидкости составляла $H = T = 0.39$ м.

Для перемешивания жидкости применялись: четырехлопастные мешалки с углом атаки 45° ($\zeta_m = 1.92$) и трехлопастные мешалки с углами атаки 30° ($\zeta_m = 0.72$) и 24° , ($\zeta_m = 0.49$). Диаметр мешалок D составлял 108, 121, 130, 163 мм.

Для приведения мешалок в движение применялся двигатель переменного тока с редуктором и частотным преобразователем.

Частота вращения приводного вала измерялась при помощи тахометра марки VOLTcraft DT-II 49732.

Частота прецессионного вращения — на основе измерения секундомером времени 30 оборотов.

Интервал времени, необходимый для стабилизации поля скоростей, после изменения частоты вращения приводного вала принимался равным 10 мин.

В качестве перемешиваемой жидкости применялась вода и водный раствор глицерина. Опыты проводились при температуре 24°C . Вязкость воды составляла $8.9 \cdot 10^{-4}$ Па·с, а раствора глицерина — $7.5 \cdot 10^{-3}$ Па·с, плотность воды — 1000 кг/м^3 , раствора — 1145 кг/м^3 .

Устойчивость центрального вращения МПУ с частотой n определялась следующим образом. Подвешенный на шарнире Гука вал кратковременно отклонялся от центрального положения на $3 \div 5$ градусов. Если вал возвращался в централь-

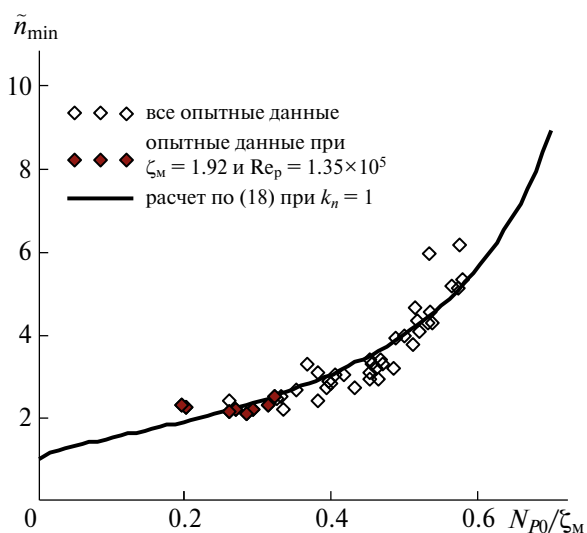
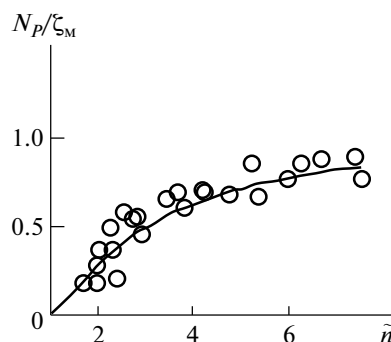
ное положение, то центральное вращение устойчиво. Если же устанавливается прецессионное движение — неустойчиво. Искомая величина — это минимальная частота n_{min} , при которой нарушается устойчивость, мешалка не возвращается в центральное положение.

Для измерения крутящего момента на валу привода МПУ применялась система мотор-весы [17]. Угол отклонения вала МПУ при наличии прецессии находился с помощью измерения отклонения «метки», нанесенной на вал на расстоянии 5 см от центра шарнира Гука.

Сопоставление опытных данных с рассчитанными по формуле (18), при $k_n = 1$ приведено на рис. 4. Отметим, что среднеквадратичная относительная погрешность равна 2.2%.

На рис. 5 приведено сопоставление опытных данных с рассчитанными по уравнению (26), а на рис. 6 — общая корреляция опытных данных и результатов численных экспериментов с рассчитанными по уравнению (34).

Эти данные подтверждают справедливость математической модели, предложенной в [17], при турбулентном режиме перемешивания.

Рис. 4. Зависимость $\tilde{n}_{min} = n_{min}/n_{пр}$ от N_{p0}/ζ_m .Рис. 5. Зависимость коэффициента мощности N_p от безразмерной частоты $\tilde{n}$. Линия — расчет по (26), О — опытные данные.

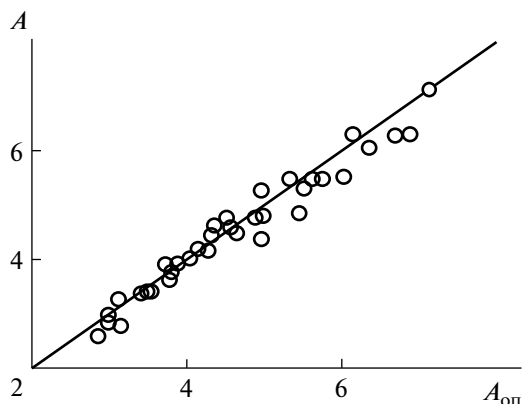


Рис. 6. Корреляция опытных данных и результатов численных экспериментов с рассчитанными по уравнению (34). Линия – расчет по (26), О – опытные данные.

Среднеквадратичная относительная погрешность при сопоставлении опытных данных с расчетными по уравнению (26) равна 2.2%, а по уравнению (34) – 3.1%.

В результате сопоставления опытных данных с рассчитанными по формулам (18) и (26) найдены величины поправочных коэффициентов: $k_n = 1$, $k_p = 1.1$, что свидетельствует о допустимости принятых при выводе уравнения (18) и (26) упрощений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе общих гидродинамических закономерностей в работе получены уравнения, совокупность которых позволяет определить тип вращения МПУ и потребляемую на перемешивание мощность.

Уравнение (18) при $k_n = 1$ позволяет вычислить частоту n_{min} , при которой возможно возникновение прецессионного вращения вала МПУ, уравнение (35) – частоту $n_{огр}$, при которой отклонение $r_{пр}$ МПУ от оси аппарата достигает наибольшего значения, т. е. $r_{пр} = r_{огр}$. Уравнения (26) и (38) $k_p = 1.1$ – расчет коэффициента мощности при $n_{min} < n < n_{огр}$ и $n > n_{огр}$ соответственно. Уравнения (32) с учетом (40) – расчет $r_{пр}$ и уравнение (39) – расчет силы $F_{огр}$, действующей на ограничительное кольцо при $n > n_{огр}$.

Приведенные уравнения с хорошей точностью описывают как результаты численного эксперимента, так и лабораторных опытных данных для смесителей, высота слоя жидкости в которых $H = T$, а длина вала $L = 0.7H$.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

D диаметр мешалки, м
 F сила, действующая на элементарную площадку лопасти мешалки, Н

F_n проекция силы на нормаль, Н
 H высота слоя перемешиваемой жидкости, м
 h высота проекции лопасти мешалки на вертикальную плоскость, м
 J_x осевой момент инерции массы МПУ относительно оси x , проходящей через шарнир Гука перпендикулярно оси вала МПУ, кг·м²
 k_3, k_n, k_p, k_A коэффициенты пропорциональности
 L длина прецессирующего вала, м
 $M, M_{пр}, M_B$ крутящие моменты: на приводном валу; для создания прецессии; на прецессирующем валу, Н·м
 N_p коэффициент мощности
 N_{p0} коэффициент мощности для смесителя с центрально вращающейся мешалкой ($\varphi = 0$)
 n частота вращения приводного вала, 1/с
 n_B частота вращения прецессирующего вала, 1/с
 $n_{огр}$ частота, при которой $R_{пр} = R_p$, 1/с
 $n_{пр}$ частота прецессионного вращения, 1/с
 n_{min} минимальная частота вращения приводного вала, соответствующая началу прецессии, 1/с
 P мощность на перемешивание, Вт
 P_0 мощность при отсутствии прецессии ($\varphi = 0$), Вт
 $r_{пр}$ радиус прецессионного вращения, м
 R_m радиус мешалки, м
 $R_э$ эффективный радиус мешалки, м
 $r_{огр}$ радиус вращения мешалки, при которой $R_{пр} = R_{гр}$ МПУ касается ограничителя, м
 $R_{эmax}$ максимальный эффективный радиус мешалки, м
 R_a радиус аппарата, м
 S_x статический момент массы МПУ относительно оси x , кг·м
 T диаметр аппарата, м
 $u_ж$ окружная скорость жидкости в зоне вращения мешалки, м/с
 z количество лопастей мешалки
 ρ плотность жидкости, кг/м³
 ρ_m плотность материала МПУ, кг/м³
 ξ коэффициент сопротивления лопасти мешалки
 ξ_m коэффициент сопротивления мешалки
 φ угол отклонения вала мешалки от оси аппарата, рад

КРИТЕРИИ И СИМПЛЕКСЫ

$Re_{пр} = n_{пр} D^2 / \nu$	критерий Рейнольдса
$Re = n D^2 / \nu$	центробежный критерий Рейнольдса
Γ_D, Γ_H	геометрические симплексы

БЕЗРАЗМЕРНЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ

$\tilde{n} = n / n_{пр}$	относительная частота вращения приводного вала по отношению к частоте прецессии
$\tilde{n}_{огр} = n_{огр} / n_{пр}$	относительная частота прецессии, при которой МПУ касается ограничителя по отношению к частоте прецессии;
$\tilde{r}_{пр} = r_{пр} / R_m$	относительная величина радиуса прецессии по отношению к радиусу мешалки;
$\tilde{r}_{огр} = r_{огр} / R_m$	относительная величина радиуса прецессии по отношению к радиусу мешалки, при которой МПУ касается ограничителя

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Nienow A.W.* Stirring and stirred-tank reactors // *Chem. Ing. Technik*. 2014. V. 86. № 12. P. 2063.
2. Ekato. The Book. Freiburg: Ekato holding Hmbh, 2012.
3. *Tanguy P.A., Fradette L., Ascanio G., Yatomi R.* Laminar mixing processes in stirred vessels. In: *Advances in industrial mixing. A companion to the Handbook of industrial mixing*, edited by S.M., Kresta, A.W., Etchells III, D.S., Dickey, V.A., Atiemo-Obeng, Wiley, New Jersey, 2016.
4. *Amanula A.A., Buckland B.C., Nienow A.W.* Mixing in the Fermentation and Cell Culture Industries. In: *Handbook of industrial mixing*, edited by E.L., Paul, V.A., Atiemo-Obeng, S.M. Kresta, Wiley-Interscience, New Jersey, 2004.
5. *Strek F.* Michani a michaci zarizeni. Prelozili a dopolnili I. Fort, J. Kratky, J. Vlcek. Praha, 1977.
6. *Окулов В.Л., Соренсен Ж.Н., Г.А.М. ван Куик.* Развитие теорий оптимального ротора. К 100-летию вихревой теории гребного винта проф. Н.Е. Жуковского // *Труды ЦАГИ им. проф. Н.Е. Жуковского*. Вып. 2713. М., 2013. С. 72
7. *Brown D.A.R.* Mixer performance characteristics: impeller and process efficiency // In: *Mixing XXII*. 2010. Victoria, BC Canada.
8. *Machado M.B., Nunhez J.R., Nobes D., Kresta S.M.* Impeller Characterization and Selection: Balancing Efficient Hydrodynamics with Process Mixing Requirements // *AIChE Journal*. 2012. V. 58. № 8. P. 2573.
9. *Fort I., Seichter P., Pesl L.* Axial Thrust of axial flow Impellers // *Chem. Eng. Res. Des.* 2013. V. 91. № 5. P. 789.
10. *Zwietering T.N.* Suspension of solids in liquid by agitators // *Chem. Eng. Sci.* 1958. V. 8. P. 244.
11. *Grenville R.K., Mak A.T.C., Brown D.A.R.* Suspension of solid particles in vessels agitated by axial flow impellers // *Chem. Eng. Res. Des.* 2015. V. 100. P. 282.
12. *Domanskii I.V., Mil'chenko A.I., Sargaeva Y.V., Kubyshkin S.A., Vorob'ev-Desyatovskii N.V.* Suspending conditions for smooth-wall mixer. // *TFCE*, 2023, Vol. 57. № 2. P. 166–176.
13. *Доманский И.В., Мильченко А.И., Саргаева Ю.В., Кубышкин С.А., Воробьев-Десятовский Н.В.* Условие суспензирования для гладкостенного смесителя // *ТОХТ*. 2023. Т. 57. № 2. С. 166–176.
14. *Wu J., Wang S., Nguen B., Daniel M., Ola E.* Improved mixing in a magnetite iron ore tank via swirl flow: lab-scale and full-scale studies // *Chem. Eng. Technol.* 2016. V. 39. № 3. P. 505.
15. *Domanskii I.V., Mil'chenko A.I., Sargaeva Y.V., Kubyshkin S.A., Vorob'ev-Desyatovskii N.V.* Experience in design and robust operation of precession agitators of ore pulp for large-volume vessels // *Theor. Found. Chem. Eng.* 2017. V. 51. № 6. P. 1030.
16. *Брагинский Л.Н., Бегачев В.И., Барабаш В.М.* Перемешивание в жидких средах. Физические основы и инженерные методы расчета. Л.: Химия, 1984. 336 с.
17. *Domanskii I.V., Mil'chenko A.I., Vorob'ev-Desyatovskii N.V.* Large size agitators with precession impeller for ore slurries – Study, design, tests // *Chem. Eng. Sci.* 2011. V. 66. P. 2277.
18. *Васильцов Э.А., Ушаков В.Г.* Аппараты для перемешивания жидких сред: справочное пособие. Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1979. 272 с.