

ТУРБУЛЕНТНАЯ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТЬ ПО ДАННЫМ ПРЯМОГО ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

© 2024 г. Ю. Г. Чесноков^{а, *}

^аСанкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет), Санкт-Петербург, Россия

*e-mail: ygchesnokov@yandex.ru

Поступила в редакцию 22.01.2024 г.

После доработки 08.04.2024 г.

Принята к публикации 20.04.2024 г.

В работе изучается влияние чисел Рейнольдса и Прандтля на коэффициент турбулентной теплопроводности в плоском канале. Используются данные, полученные различными исследовательскими группами при помощи метода прямого численного моделирования. Показано, что отношение коэффициента турбулентной теплопроводности к коэффициенту молекулярной теплопроводности и числу Рейнольдса, вычисленному по динамической скорости, не является универсальной функцией безразмерного расстояния до стенки, как это вытекает из логарифмической формулы для профиля температуры и закона дефекта температуры, а зависит от чисел Рейнольдса и Прандтля. Получены соотношения, позволяющие оценить указанную величину при сравнительно больших значениях этих параметров.

Ключевые слова: турбулентные течения, теплообмен, коэффициент турбулентной теплопроводности

DOI: 10.31857/S0040357124020042, **EDN:** CULLEB

ВВЕДЕНИЕ

Изучение теплообмена между твердой стенкой и потоком жидкости или газа представляет большой как практический, так и теоретический интерес. Как правило, теплообмен протекает в условиях турбулентного режима течения. На закономерности теплообмена может оказывать влияние большое число факторов. Главные из них — это численные значения критериев Рейнольдса и Прандтля. Однако определенную роль может играть ряд побочных факторов, таких как степень шероховатости поверхности, влияние переменности физических характеристик жидкости или газа при изменении температуры, влияние на теплообмен естественной конвекции. В последние несколько десятилетий для изучения теплообмена турбулентного потока со стенкой получил распространение метод прямого численного моделирования [1–9]. Первоначально расчеты проводились лишь при сравнительно небольших значениях чисел Рейнольдса и Прандтля [1–3]. Позднее, благодаря быстрому увеличению быстродействия и оперативной памяти компьютеров, область значений этих параметров была суще-

ственно расширена [6–9]. К числу достоинств метода прямого численного моделирования можно отнести то обстоятельство, что влияние различных побочных факторов на протекание процесса теплообмена может быть полностью исключено. Кроме того, при расчетах можно определить такие величины, как, например, поток теплоты за счет турбулентного перемешивания, которые весьма сложно находить экспериментально.

В силу указанных причин во многих работах [10–17] результаты, полученные при помощи метода прямого численного моделирования, использовались для изучения различных аспектов процесса теплообмена турбулентного потока со стенкой. Большой интерес представляет исследование влияния чисел Рейнольдса и Прандтля на изменение коэффициента турбулентной теплопроводности в зависимости от расстояния до стенки. Располагая такой информацией, можно производить расчеты теплообмена потока со стенкой. Цель работы заключается в изучении такого влияния на основе данных прямого численного моделирования, полученных различными авторами.

КОЭФФИЦИЕНТ ТУРБУЛЕНТНОЙ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ В ЛОГАРИФМИЧЕСКОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Данные прямого численного моделирования, упомянутые выше [1–9], относятся к теплоотдаче в плоском канале на установившемся участке. Введем в рассмотрение декартову систему координат (x, y, z) , ось x которой направлена по направлению течения, ось y — перпендикулярно стенке, а ось z — перпендикулярно к плоскости движения. Начало координат располагается на стенке канала. В силу симметрии осредненная скорость жидкости имеет единственную ненулевую составляющую — проекцию на ось x . Обозначим эту величину через U . Осредненную температуру обозначим через T , а пульсационную составляющую температуры — через t . Через v обозначим проекцию на ось y пульсационной составляющей скорости. Для рассматриваемого случая уравнение переноса теплоты имеет вид:

$$U \frac{\partial T}{\partial x} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial \overline{vt}}{\partial y}.$$

Черта над символом обозначает операцию усреднения, $a = \lambda / (c_p \rho)$ — коэффициент теплопроводности, λ — коэффициент теплопроводности, c_p — удельная теплоемкость.

В работах по прямому численному моделированию процесса переноса теплоты в плоском канале на стенке канала задавался постоянный удельный тепловой поток q . В этом случае на установившемся участке температура изменяется по линейному закону в продольном направлении, а производную $\partial T / \partial x$ можно определить при помощи уравнения теплового баланса:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{q}{\rho c_p U_b h}.$$

Здесь h — полуширина канала, $U_b = \frac{1}{h} \int_0^h U dy$ — средняя по сечению канала скорость жидкости. В итоге уравнение переноса теплоты запишется так:

$$\frac{qU}{\rho c_p U_b h} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{\partial \overline{vt}}{\partial y}.$$

Второе слагаемое в правой части этого уравнения имеет смысл переноса теплоты за счет турбулентного перемешивания. Вместо неизвестной величины $\overline{vt}$ часто вводят в рассмотрение коэффициент турбулентного переноса теплоты a_t по формуле:

$$a_t = - \frac{\overline{vt}}{dT / dy}.$$

Как известно (см., например, [18]), в окрестности стенки справедлив так называемый закон стенки. В соответствии с этим законом зависимость скорости от расстояния до стенки в безразмерных переменных, так называемых переменных стенки, в некоторой окрестности стенки является универсальной. При переходе к безразмерным переменным в качестве масштабов скорости и длины выбираются так называемые динамическая скорость u_τ и динамическая длина l_τ , которые определяются при помощи формул: $u_\tau = \sqrt{\tau / \rho}$, $l_\tau = \nu / u_\tau$. Здесь τ — напряжение трения на стенке, ρ и ν — плотность и кинематическая вязкость жидкости соответственно. Аналогичный закон справедлив также и для температуры. В качестве масштаба температуры используется так называемая динамическая температура T_τ , которая определяется по формуле: $T_\tau = q / (\rho c_p u_\tau)$. Соответствующие безразмерные переменные принято обозначать при помощи надстрочного индекса “+”. Определим безразмерную температуру ϑ^+ при помощи формулы:

$$\vartheta^+ = (T_w - T) / T_\tau.$$

Здесь T_w — осредненная температура на стенке. В соответствии с законом стенки для температуры безразмерная температура в окрестности стенки зависит от безразмерного расстояния до стенки $y^+ = y / l_\tau$ и числа Прандтля $Pr = \nu / a$, а от числа Рейнольдса не зависит. Как показано в работе [15], имеются определенные отклонения от этого закона. С другой стороны, в некоторой окрестности оси канала выполняется так называемый закон дефекта температуры. Согласно этому закону величина $\vartheta_0^+ - \vartheta^+$ зависит только от $Y = y / h$, а от чисел Рейнольдса и Прандтля не зависит. Здесь ϑ_0^+ — безразмерная температура на оси канала. Отклонения от этого закона обсуждаются в [14]. Кадер и Яглом [19] показали, что в том случае, когда в некоторой области справедлив закон стенки, так и закон дефекта температуры, профиль температуры в ней должен быть логарифмическим:

$$\vartheta^+ = \frac{1}{k_t} \ln y^+ + B.$$

Здесь k_t — универсальная постоянная, а величина B зависит от числа Прандтля.

Уравнение переноса теплоты в безразмерных переменных принимает вид:

$$\frac{1}{Pr} \frac{d^2 \vartheta^+}{dy^{+2}} - \frac{d \overline{v^+ t^+}}{dy^+} + \frac{U^+}{Re_\tau U_b^+} = 0. \quad (1)$$

Здесь $Re_\tau = u_\tau h / \nu$ — число Рейнольдса, определенное по динамической скорости и полуши-

рине канала. На стенке канала при $y^+ = 0$ выполняются соотношения: $U^+ = v^+ t^+ = \vartheta^+ = 0$, $d\vartheta^+ / dy^+ = \text{Pr}$. Интегрируя уравнение (1) один раз по y^+ , получим:

$$\frac{1}{\text{Pr}} \frac{d\vartheta^+}{dy^+} - \overline{v^+ t^+} = 1 - \int_0^{y^+} U^+ dy^+ / \int_0^{h^+} U^+ dy^+. \quad (2)$$

Выражение для коэффициента турбулентной теплопроводности в безразмерных переменных записывается так:

$$\frac{a_t}{a} = - \frac{\overline{v^+ t^+}}{d\vartheta^+ / dy^+}.$$

В соответствии с (2) для этой величины получается следующее выражение:

$$\frac{a_t}{a} = \frac{1}{d\vartheta^+ / dy^+} \left(1 - \int_0^{y^+} U^+ dy^+ / \int_0^{h^+} U^+ dy^+ \right) - \frac{1}{\text{Pr}}.$$

Если число Прандтля не является малым, вне вязкого подслоя и буферной зоны, первое слагаемое в левой части уравнения (2), которое описывает перенос теплоты за счет теплопроводности, мало, по сравнению со вторым слагаемым, описывающим перенос теплоты в результате турбулентного перемешивания. Правая часть (2) от числа Прандтля не зависит. Там, где профиль температуры является логарифмическим, $(d\vartheta^+ / dy^+)^{-1} = k_t y^+$. В этом случае вне узкой зоны вблизи стенки зависимость величины a_t / a от расстояния до стенки не содержит число Прандтля. В работе [3] для правой части уравнения (2) предложено следующее эмпирическое выражение:

$$1 - \int_0^{y^+} U^+ dy^+ / \int_0^{h^+} U^+ dy^+ = 1 - Y + bY(1 - Y)^2, \quad (3)$$

где коэффициент b порядка 0.4 (в работе [16] $b = 0.35$). Тогда в той области, где профиль температуры является логарифмическим, зависимость величины $a_t / (a \text{Re}_\tau)$ от Y должна быть универсальной, т. е. не содержать чисел Рейнольдса и Прандтля. Если воспользоваться эмпирической аппроксимацией (3), получим:

$$\frac{a_t}{a \text{Re}_\tau} = k_t Y \left(1 - Y + bY(1 - Y)^2 \right) - \frac{1}{\text{PrRe}_\tau}. \quad (4)$$

Это соотношение не справедливо в окрестности стенки и в окрестности оси канала, где профиль скоростей не является логарифмическим. Однако в этой области справедлив закон стенки, согласно которому $d\vartheta^+ / dy^+ = \text{Re}_\tau^{-1} d\vartheta^+ / dY$. Второй множитель в правой части не зависит от

чисел Рейнольдса и Прандтля. Поэтому и в этой области зависимость величины $a_t / (a \text{Re}_\tau)$ от Y должна быть универсальной. В соответствии с (4) максимальное значение величины $a_t / (a \text{Re}_\tau)$ достигается при $Y = 0.5338$ (при $b = 0.35$).

ВЛИЯНИЕ ЧИСЕЛ РЕЙНОЛЬДСА И ПРАНДТЛЯ НА ТУРБУЛЕНТНУЮ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТЬ ПО ДАННЫМ ПРЯМОГО ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Данные прямого численного моделирования [2–9] позволяют произвести расчет зависимости коэффициента турбулентной теплопроводности от расстояния до стенки. В тех случаях, когда зависимости величины $d\vartheta^+ / dy^+$ от координаты y^+ отсутствуют, значения производной определялись путем численного дифференцирования зависимости $\vartheta^+(y^+)$. На рис. 1 построены зависимости коэффициента турбулентной теплопроводности от расстояния до стенки при фиксированном значении числа Рейнольдса и различных значениях числа Прандтля. Все кривые имеют сходный характер. Коэффициент турбулентной теплопроводности увеличивается от 0 на стенке до некоторого максимального значения, а затем медленно уменьшается. При сравнительно малых значениях числа Прандтля коэффициент турбулентной теплопроводности с ростом числа Прандтля увеличивается. Однако при увеличении этого параметра зависимость от него становится слабой. Графики при $\text{Pr} = 0.5$ и при $\text{Pr} = 2$ почти совпадают.

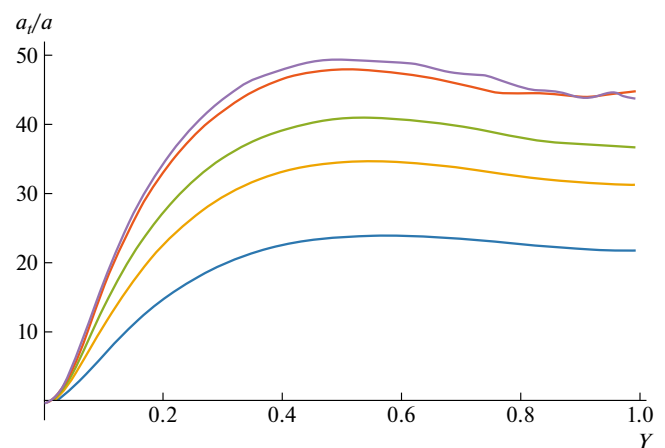


Рис. 1. Зависимости коэффициента турбулентной теплопроводности от расстояния до стенки при различных значениях числа Прандтля. Все графики построены при $\text{Re}_\tau = 498$ по данным работ [7–9]. Синяя, желтая, зеленая, красная и фиолетовые кривые соответствуют значениям числа Прандтля 0.002, 0.005, 0.1, 0.5 и 2.0 соответственно.

Обозначим через p максимальное значение величины a_t / a , а через m – среднее по сечению значение, которое вычисляется по формуле:

$$m = -\frac{1}{h^+} \int_0^{h^+} \frac{\overline{v^+ t^+}}{d\vartheta^+ / dy^+} dy^+.$$

При фиксированном значении числа Прандтля в соответствии с результатами предыдущего раздела величины p / Re_τ и m / Re_τ не должны зависеть от Re_τ . Данные прямого численного моделирования (рис. 2) показывают, что это не так. Величина $(p - m) / \text{Re}_\tau$ от Re_τ зависит, причем эта зависимость не является монотонной. По этой причине ничего нельзя сказать о том, будут ли величины p / Re_τ и m / Re_τ стремиться к какому-либо конечному пределу при увеличении Re_τ . Значение координаты точки, где достигается максимальное значение коэффициента турбулентной теплопроводности, по данным прямого численного моделирования трудно определить достаточно точно. При $\text{Pr} = 0.71$ имеется довольно большой разброс значений этой величины в диапазоне от 0.49 до 0.68. Среднее значение равно 0.564.

При расчетах обычно используют число Рейнольдса, которое определяется по эквивалентному диаметру и средней по сечению скорости. Для плоского канала эквивалентный диаметр равен $4h$, и выражение для указанного числа Рейнольдса имеет вид:

$$\text{Re} = \frac{4U_b h}{\nu}.$$

Формулы, связывающие между собой величины Re_τ и Re , имеются в работе [20]. Рис. 3 показывает, что зависимость величины $(p - m) / \text{Re}$

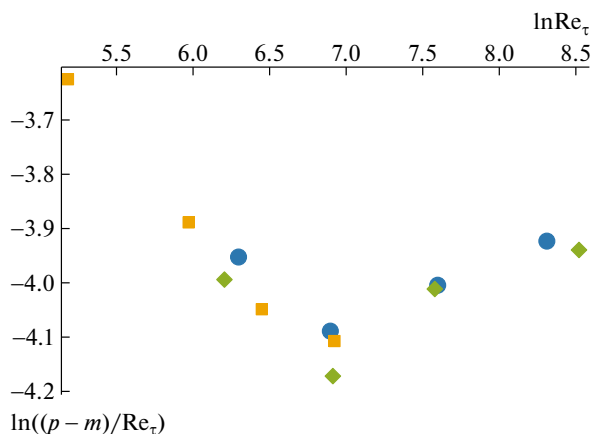


Рис. 2. Влияние числа Рейнольдса Re_τ на разность максимального и среднего значений коэффициента турбулентной теплопроводности при $\text{Pr} = 0.71$. Синие кружки построены по данным [6], Желтые квадратики – по данным [2–5], зеленые ромбы – по данным [7–9].

является Re монотонной. Она неплохо описывается при помощи формулы:

$$\frac{p - m}{\text{Re}} = 0.000195 + \frac{15.4}{\text{Re}^{1.19}}. \quad (5)$$

При $\text{Re} > 79000$ значения величины $\frac{p - m}{\text{Re}}$ не более чем на 7.2% отличаются от среднего значения 0.000205. Формула, которая позволяет рассчитать среднее значение турбулентной теплопроводности, такова:

$$\frac{m}{\text{Re}} = 0.000862 + \frac{0.212}{\text{Re}^{0.671}}. \quad (6)$$

Число Рейнольдса оказывает различное влияние на турбулентную теплопроводность при различных значениях числа Прандтля (рис. 4). При $\text{Pr} > 0.1$ при увеличении числа Рейнольдса среднее значение турбулентной теплопроводности, отнесенное к числу Рейнольдса, уменьшается, при $\text{Pr} < 0.1$ – увеличивается,

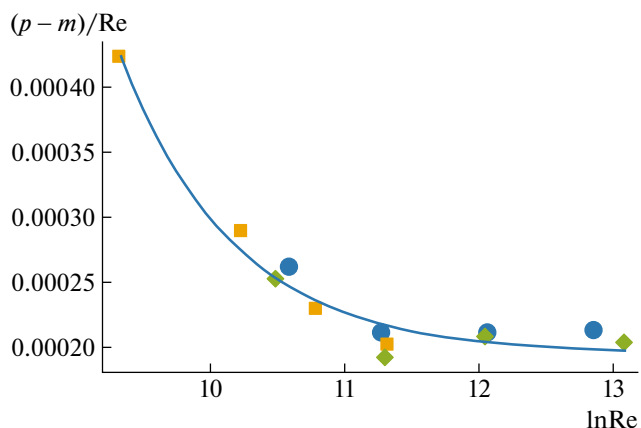


Рис. 3. Зависимость величины $\frac{p - m}{\text{Re}}$ от $\ln \text{Re}$ при $\text{Pr} = 0.71$. Обозначения символов как на предыдущем рисунке. Кривая построена по формуле (5).

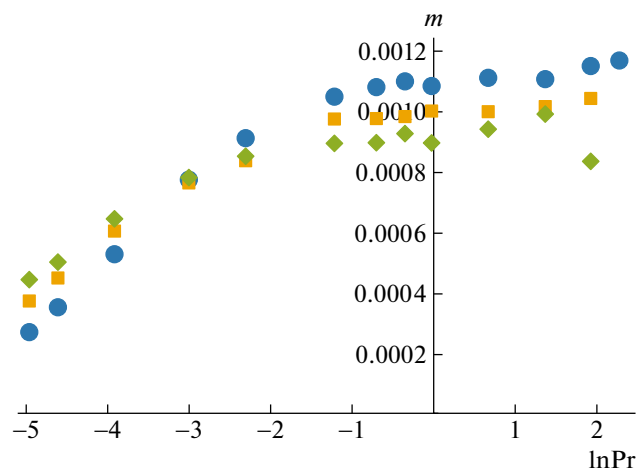


Рис. 4. Зависимости величины m/Re от $\ln \text{Pr}$ по данным работ [7–9]. Синие кружки построены при $\text{Re} = 36000$, желтые квадратики – при $\text{Re} = 82000$, зеленые ромбы – при $\text{Re} = 172000$.

а при $Pr = 0.1$ практически не зависит от числа Рейнольдса. При сравнительно малых числах Прандтля среднее значение турбулентной теплопроводности при увеличении числа Прандтля увеличивается, а при $Pr > 0.5$ почти постоянно. Например, при $Re = 172000$ величина m / Re мало отличается от 0.00918.

РАСЧЕТ ТУРБУЛЕНТНОЙ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ

Полученные результаты можно использовать для расчета турбулентной теплопроводности при сравнительно больших значениях чисел Рейнольдса и Прандтля. Приближенную формулу для расчета турбулентной теплопроводности можно построить следующим путем. Обозначим через $\eta = 1 - Y$ безразмерное расстояние от рассматриваемой точки до оси канала. Турбулентная теплопроводность в силу симметрии должна быть четной функцией координаты η и обращаться в нуль на стенках канала. Простейшее выражение такого типа имеет следующий вид:

$$\frac{a_t}{aRe} = c_1(1 - \eta^2)(\eta^2 + c_2). \quad (7)$$

Здесь c_1 и c_2 — безразмерные постоянные. Эти постоянные можно определить следующим образом. В некоторой точке с координатой Y_m турбулентная теплопроводность максимальна. Например, при $Pr = 0.71$ среднее значение $Y_m = 0.564$. Но производная от правой части (7) обращается в нуль при $\eta = \sqrt{(1 - c_2) / 2}$. Отсюда $c_2 = 1 - 2(1 - Y_m)^2$. Интегрирование (7) по ширине канала дает:

$$\frac{m}{Re} = \frac{2c_1(5c_2 + 1)}{15}.$$

По этой формуле можно найти c_1 , зная m и c_2 . При $Pr = 0.71$ $c_2 = 0.62$. Если при $Re = 172000$ определить по указанной методике c_1 , получим: $c_1 = 0.000169$. Как показывает рис. 5, формула (7) неплохо описывает зависимость коэффициента турбулентной теплопроводности от расстояния до стенки.

Эта методика может быть использована при $Pr = 0.71$ и при других значениях числа Рейнольдса, причем величина m может быть найдена по формуле (6). Так как при $Pr > 0.5$ среднее значение величины m почти не зависит от величины числа Прандтля, аналогичный расчет коэффициента турбулентной теплопроводности возможен и в этом случае.

Если коэффициент турбулентной теплопроводности известен, уравнение (1) позволяет рассчитать профиль температуры. Его необхо-

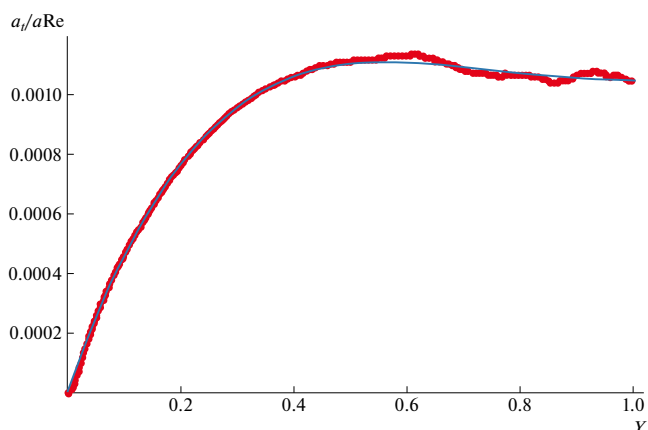


Рис. 5. Зависимости коэффициента турбулентной теплопроводности от расстояния до стенки при $Re = 172000$ и $Pr = 0.71$. Красные точки построены по данным прямого численного моделирования [7–9], синяя линия — по формуле (7), где $c_1 = 0.000169$ и $c_2 = 0.62$.

димо рассматривать совместно с уравнением для продольной составляющей скорости жидкости. В силу нелинейности указанных уравнений, решение должно строиться численными методами. Построив такое решение, можно вычислить и коэффициент теплоотдачи. Однако более удобно для этой цели использовать полуэмпирические формулы работы [21].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как показано в работе, в той области, где профиль температуры является логарифмическим, а также там, где справедлив закон дефекта температуры, зависимость коэффициента турбулентной теплопроводности, отнесенного к коэффициенту теплопроводности и числу Рейнольдса Re_τ , от безразмерного расстояния до стенки Y , должна быть универсальной. Анализ данных прямого численного моделирования показывает, что имеется зависимость указанной величины от чисел Рейнольдса и Прандтля. Предложены формулы, которые позволяют рассчитать коэффициент турбулентной теплопроводности при сравнительно больших значениях чисел Рейнольдса и Прандтля.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

a	коэффициент теплопроводности, $м^2/с$
a_t	коэффициент турбулентной теплопроводности, $м^2/с$
b	безразмерный коэффициент
B	безразмерный коэффициент
c_1, c_2	безразмерные коэффициенты
c_p	удельная теплоемкость, $Дж/(кг К)$

h	полуширина канала, м
k_t	безразмерный коэффициент
l_t	динамическая длина, м
m	среднее значение коэффициента турбулентной теплопроводности, безразмерное
p	максимальное значение коэффициента турбулентной теплопроводности, безразмерное
q	удельный поток теплоты, Вт/м ²
t	пульсационная составляющая температуры, К
T	осредненная температура, К
T_t	динамическая температура, К
U	осредненная скорость, м/с
u_t	динамическая скорость, м/с
v	проекция на нормаль к стенке пульсационной составляющей скорости, м/с
Y	безразмерное расстояние до стенки
Y_m	расстояние от стенки до точки, где турбулентная теплопроводность максимальна, безразмерное
x, y, z	декартовы координаты, м
η	безразмерное расстояние до оси
ϑ	безразмерная температура
λ	коэффициент теплопроводности, Вт/(м К)
∞	коэффициент вязкости, Па с
ν	кинематическая вязкость, м ² /с
ρ	плотность, кг/м ³
τ	напряжение трения на стенке, Па
Pr	число Прандтля
Re	число Рейнольдса
Re_t	число Рейнольдса, рассчитанное по динамической скорости

ИНДЕКСЫ

+	переменные стенки
---	-------------------

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kasagi N., Tomita Y., Kuroda A. Direct numerical simulation of passive scalar field in turbulent channel flow // ASME J. Heat Transf. 1992. V. 144. P. 598–606.
2. Kawamura H., Oshaka K., Abe H., Yamamoto K. DNS of turbulent heat transfer in channel flow with low to medium-high Prandtl number fluid // Int. J. Heat and Fluid Flow. 1998. V. 19. P. 482–491.
3. Kawamura H., Abe H., Matsuo Y. DNS of turbulent heat transfer in channel flow with respect to Reynolds and Prandtl number effects // Int. J. Heat and Fluid Flow. 1999. V. 20. P. 196–207.
4. Abe H., Kawamura H., Matsuo Y. Surface heat-flux fluctuations in a turbulent channel flow up to $Re_t = 1020$ with $Pr = 0.025$ and 0.71 // Int. J. Heat and Fluid Flow. 2004. V. 25. P. 404–419.
5. Kozuka M., Seki Y., Kawamura H. DNS of turbulent heat transfer in a channel flow with a high spatial resolution // Int. J. Heat Fluid Flow. 2009. V. 30. P. 514–524.
6. Pirozzoli S., Bernsrdini M., Orlandi P. Passive scalars in turbulent channel flow at high Reynolds number // J. Fluid Mech. 2016. V. 788. P. 614–639.
7. Llesma-Rodriguez F., Hoyas S., Pérez-Quiles M.J. Influence of the computational domain on DNS of turbulent heat transfer up-to $Re_t = 2000$ for $Pr = 0.71$ // Int. J. Heat Mass Transf. 2018. V. 122. P. 983–992.
8. Alcántara-Ávila A., Hoyas S., Pérez-Quiles M.J. DNS of thermal channel flow up to $Re_t = 2000$ for medium to low Prandtl numbers // Int. J. Heat Mass Transf. 2018. V. 127. P. 349–361.
9. Alcantara-Avila, F., Hoyas, S., Perez-Quiles, M.J. Direct Numerical Simulation of thermal channel flow for $Re_t = 5000$ and $Pr = 0.71$ // J. Fluid Mech. 2021. V. 916. A 29.
10. Wei T., Fife P., Klewicki J., McMurty P. Scaling heat transfer in fully developed turbulent channel flow // Int. J. Heat Mass Transf. 2005. V. 48. P. 5284–5296.
11. Abe H., Antonia R.A., Kawamura H. Correlation between small-scale velocity and scalar fluctuations in a turbulent channel flow // J. Fluid Mech. 2009. V. 627. P. 1–32.
12. Antonia R.A., Abe H., Kawamura H. Analogy between velocity and scalar fields in a turbulent channel flow // J. Fluid Mech. 2009. V. 628. P. 241–268.
13. Seena A., Afzal N. Power law velocity and temperature profiles in a fully developed turbulent channel flow // Trans. ASME J. Heat Trans. 2008. V. 130. 091701.
14. Chesnokov Yu.G. Deviation from the temperature-defect law // Russian J. Appl. Chem. 2013. V. 86. № 2. P. 220–224. [Чесноков Ю.Г. Отклонения от закона дефекта температуры // Журн. прикл. химии. 2013. Т. 86. № 2. С. 239–245.]
15. Chesnokov Yu.G. On the wall law for temperature // Theor. Found. Chem. Eng. 2017. V. 51. № 2. P. 247–251. [Чесноков Ю.Г. О законе стенки для температуры // Теор. основы хим. технологии. 2017. Т. 51. № 2. С. 230–234.]
16. Abe H., Antonia R.A. Mean temperature calculations in a turbulent channel flow for air and mercury // Int. J. Heat Mass Transfer. 2019. V. 132. P. 1152–1165.
17. Wei T. Heat transfer regimes in fully developed plane-channel flows // Int. J. Heat Mass Transfer. 2019. V. 133. P. 393–404.
18. Davidson P.A. Turbulence. An Introduction for Scientists and Engineers. New York: Oxford University Press. 2004.
19. Kader B.A., Yaglom A.M. Heat and mass transfer laws for fully developed wall flows // Int. J. Heat Mass Transfer. 1972. V. 15. P. 2329–2351.
20. Чесноков Ю.Г. Зависимость от критерия Рейнольдса интегральных характеристик течения в плоском канале // Изв. С.-Петербургского гос. технологического института (техн. университета). 2016. № 36. С. 104–107.
21. Чесноков Ю.Г. Расчет теплоотдачи в плоском канале при турбулентном режиме течения // Изв. С.-Петербургского гос. технологического института (техн. университета). 2023. № 67. С. 65–68.