

УДК: 532.613.5

СТРУКТУРА ПОТОКА ПРИ ВСПЛЫТИИ ОДИНОЧНОГО ПУЗЫРЬКА В ЖИДКОСТИ С РАСТВОРЕННЫМ ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНЫМ ВЕЩЕСТВОМ

© 2025 г. Е. И. Борзенко*, А. С. Усанина

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск, Россия

*e-mail: borzenko@ftf.tsu.ru

Поступила в редакцию 20.10.2024

После доработки 20.04.2025

Принята в печать 07.05.2025

Представлены результаты математического моделирования нестационарной задачи всплытия газового пузырька в вязкой жидкости с растворенным в ней поверхностно-активным веществом (ПАВ). Постановка задачи записана с учетом эффектов адсорбции и десорбции ПАВ на межфазной границе и зависимости коэффициента поверхностного натяжения от концентрации по закону Ленгмюра. Численный алгоритм решения основан на оригинальной методике Лагранжа-Эйлера, позволяющей явно выделять свободную поверхность на дискретном уровне и реализовывать естественные граничные условия на ней. Изучен процесс установления стационарной скорости всплытия пузырька и выполнены параметрические исследования влияния объемной концентрации ПАВ и размера пузырька на стационарную скорость и структуру течения в его окрестности. Представлены распределения компонент вектора скорости и поверхностной концентрации вдоль межфазной границы, демонстрирующие влияние эффекта Марангони на процесс всплытия.

Ключевые слова: газовый пузырек, вязкая жидкость, поверхностно-активное вещество, сорбция, параметрические исследования, численное моделирование

DOI: 10.31857/S0040357125020073 EDN: ndgnzb

ВВЕДЕНИЕ

Исследование особенностей движения газовых пузырьков в вязких средах имеет большое значение для многих отраслей промышленности. Наличие растворенного поверхностно-активного вещества (ПАВ) в жидкой фазе, которое в процессе движения пузырька адсорбируется на его границе и перераспределяется по ней за счет конвекции и диффузии, оказывает существенное влияние на его скорость всплытия. Наличие градиента поверхностной концентрации ПАВ приводит к возникновению межфазного напряжения Марангони, которое стремится сгладить этот градиент и создает дополнительное сопротивление движению пузырька [1]. Даже при небольших концентрациях ПАВ в объемной фазе скорость пузырька уменьшается до скорости твердой сферы того же размера [2].

В литературе имеется ограниченное количество работ, посвященных численному моделированию всплытия газовых пузырьков в вязкой сре-

де в присутствии ПАВ, при этом во многих из них используются различные допущения, упрощающие математическую постановку задачи. Обзор численных алгоритмов решения задач с подвижной границей с учетом переноса ПАВ вдоль нее и эффекта Марангони представлен в [3]. В работах [4, 5] используется приближение застойной зоны (*stagnant cap*), формирующейся в кормовой части пузырька, в которой отсутствует относительное движение, при этом вне этой зоны поверхностная концентрация считается равной нулю. Результаты численного моделирования в предположении отсутствия потока ПАВ на поверхность за счет эффектов сорбции представлены в [6]. В работах [7, 8] решается стационарная задача об обтекании пузырька потоком жидкости с постоянной скоростью. Современные экспериментальные исследования всплытия одиночных пузырьков, описанные в [9, 10], демонстрируют влияние ПАВ на стационарную скорость всплытия, форму свободной поверхности и траекторию пузырька. В работе [11] описаны экспериментальные результаты

о движении пузырьков в неньютоновской жидкости, в том числе с учетом ПАВ.

Целью настоящего исследования является численное моделирование нестационарного всплытия газового пузырька в вязкой жидкости с растворенным ПАВ с учетом процессов сорбции на свободной поверхности, ее деформации и переноса ПАВ вдоль границы и выявления основных закономерностей процесса.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается осесимметричная задача о всплытии одиночного газового пузырька в вязкой жидкости в присутствии растворенного ПАВ. В начальный момент времени пузырек имеет форму сферы радиусом R и находится в покоящейся жидкости на глубине H , при этом объемная концентрация ПАВ равна C_0 , а поверхностная концентрация соответствует равновесной и определяется из баланса адсорбционного и десорбционного потоков. Величина H выбирается достаточно большой, чтобы эффект изменения объема пузырька на участке установления скорости всплытия был несущественен. Течение вязкой среды описывается системой уравнений Навье-Стокса и неразрывности, а перенос ПАВ в объемной фазе — уравнением конвективной диффузии, которые в векторной безразмерной форме имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} &= -\nabla p + \frac{1}{\text{Ga}} \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{e}, \\ \nabla \mathbf{u} &= 0, \\ \text{Pe} \left(\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla C \right) &= \nabla^2 C, \end{aligned} \quad (1)$$

где \mathbf{u} — вектор скорости; t — время; p — гидродинамическое давление; C — объемная концентрация ПАВ; $\mathbf{e} = \mathbf{g}/g$; $\text{Ga} = \rho g^{1/2} R^{3/2} / \mu_1$ — число Галилея; $\text{Pe} = g^{1/2} R^{3/2} / D$ — объемное число Пекле; \mathbf{g} — вектор ускорения свободного падения; g — ускорение свободного падения; D — коэффициент объемной диффузии. Газ в пузырьке считается идеальным и описывается уравнением состояния Менделеева-Клапейрона.

Обезразмеривание длины выполняется с использованием масштаба R , скорости — $(gR)^{1/2}$, времени — $R/(gR)^{1/2}$, давления — $\rho g R$, объемной концентрации — C_0 , поверхностной концентрации — C_∞^Σ , поверхностного натяжения — σ_p .

Область течения представляет собой цилиндр, на оси которого расположен пузырек. Поскольку рассматривается осесимметричный случай, то область решения имеет вид прямо-

угольника. Полагается, что на внешних границах жидкость покоится, а на оси симметрии выполняются условия симметрии. Внешние границы удалены от пузырька на достаточное расстояние (порядка 10 радиусов пузырька) для исключения их влияния на динамику пузырька. Граничные условия на свободной поверхности включают динамические условия для нормальных и касательных напряжений, записанные с учетом лапласовского давления и эффекта Марангони

$$\begin{aligned} -p + \frac{2}{\text{Ga}} \frac{\partial u_n}{\partial n} &= -p_g + \frac{\tilde{\Delta}}{\text{Bo}} (k_1 + k_2), \\ \frac{\partial u_n}{\partial s} + \frac{\partial u_s}{\partial n} - u_n \mathbf{n} \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial n} - u_s \mathbf{s} \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial s} &= -\frac{\text{Ga}}{\text{Bo}} \nabla_s \sigma. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь p_g — давление газа в пузырьке; k_1, k_2 — главные кривизны свободной поверхности; n, s — нормальное и касательное направление на свободной поверхности с единичными ортами \mathbf{n} и \mathbf{s} соответственно; σ — коэффициент поверхностного натяжения; $\text{Bo} = g R^2 / \sigma_p$ — число Бонда. Движение свободной границы подчиняется кинематическим граничным условиям. Значение безразмерного коэффициента поверхностного натяжения σ вычисляется в соответствии с изотермой Ленгмюра по формуле

$$\sigma = 1 + \text{Ma} \ln(1 - \Gamma),$$

где Γ — безразмерная поверхностная концентрация ПАВ, $\text{Ma} = \frac{R_g T C_\infty^\Sigma}{\sigma_p}$ — число Марангони; R_g — универсальная газовая постоянная; T — температура.

Концентрация Γ рассчитывается в соответствии с уравнением конвективной диффузии на свободной границе [12, 13]

$$\begin{aligned} \text{Pe}^\Sigma \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \nabla_s (\mathbf{u}_s \Gamma) + \Gamma \nabla_s \mathbf{n} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) - \mathbf{u} \nabla_s \Gamma \right) &= \\ &= \nabla_s^2 \Gamma + \frac{\text{Pe}^\Sigma}{\text{Pe}} \frac{S^\Sigma}{K}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $\nabla_s = (\mathbf{I} - \mathbf{n} \mathbf{n}) \nabla$; $\mathbf{u}_s = (\mathbf{I} - \mathbf{n} \mathbf{n}) \mathbf{u}$; \mathbf{I} — единичная матрица; $\text{Pe}^\Sigma = \frac{\sqrt{g R^3}}{D^\Sigma}$ — поверхностное число Пекле; D^Σ — коэффициент поверхностной диффузии; $K = \frac{C_\infty^\Sigma}{C_0 R}$ — безразмерная длина адсорбции;

$S^\Sigma = -\nabla C \mathbf{n}$ — источниковый член.

Источник ПАВ на границе определяется с учетом процессов адсорбции и десорбции согласно следующей формуле:

$$-\nabla C \mathbf{n} = \text{Pe} \text{Na} K \left[C(1-\Gamma) - \frac{1}{\text{Lo}} \Gamma \right], \quad (4)$$

где $\text{La} = \frac{C_0 k_a}{k_d}$ — число Ленгмюра; $\text{Na} = \frac{C_0 k_a R}{\sqrt{gR}}$ —

число Хатта; k_d, k_a — константы скорости десорбции и адсорбции соответственно. Данное уравнение является граничным условием на свободной границе для уравнения конвективной диффузии в объемной фазе.

В постановку задачи входят следующие размерные характеристики: коэффициенты объемной D и поверхностной D^Σ диффузии; вектор ускорения свободного падения \mathbf{g} ; плотность ρ_l и вязкость μ_l жидкости; коэффициент поверхностного натяжения σ_p для чистой жидкости (в отсутствие ПАВ); предельная поверхностная концентрация C_∞^Σ ; универсальная газовая постоянная R_G ; температура T ; коэффициенты десорбции k_d и адсорбции k_a .

Физическое содержание представленной математической модели подробно описано в работе [14]. Решение поставленной задачи состоит в определении полей скорости, давления и концентрации ПАВ в меняющейся со временем области решения, которые удовлетворяют системе уравнений (1) и граничным условиям (2)–(4).

Поставленная задача решается численно с использованием оригинального лагранже-эйлерова метода. В объемной фазе дифференциальные

уравнения (1) дискретизируются на фиксированной прямоугольной разнесенной сетке с нерегулярным шагом методом контрольного объема. Уравнение неразрывности удовлетворяется с помощью алгоритма SIMPLE. Свободная поверхность на дискретном уровне представляется упорядоченным набором маркеров, которые перемещаются во времени согласно кинематическому условию. Динамические граничные условия на границе (2) разрешаются с помощью метода инвариантов, а уравнение конвективной диффузии на поверхности (3) — методом конечных разностей. При расчете кривизны используется аппроксимирующий сглаживающий сплайн. Тестирование разработанного алгоритма расчета описано в [15].

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Динамика всплытия. Рассмотрим случаи всплытия одиночного газового пузырька для двух значений числа $\text{La} = 0.01$ и $\text{La} = 1$ при $\text{Ga} = 100$, $\text{Bo} = 0.1$, $\text{Pe} = \text{Pe}^\Sigma = 10^5$, $\text{Ma} = 0.2$, $\text{Na} = 0.05$, $K = 0.05$. Выбранные значения соответствуют диапазону, характерному для пары воды с растворенным ПАВ и воздуха [16, 17]. В размерном виде эти случаи соответствуют низкому и высокому значениям объемной концентрации ПАВ в нулевой момент времени. Первоначально сферический пузырек

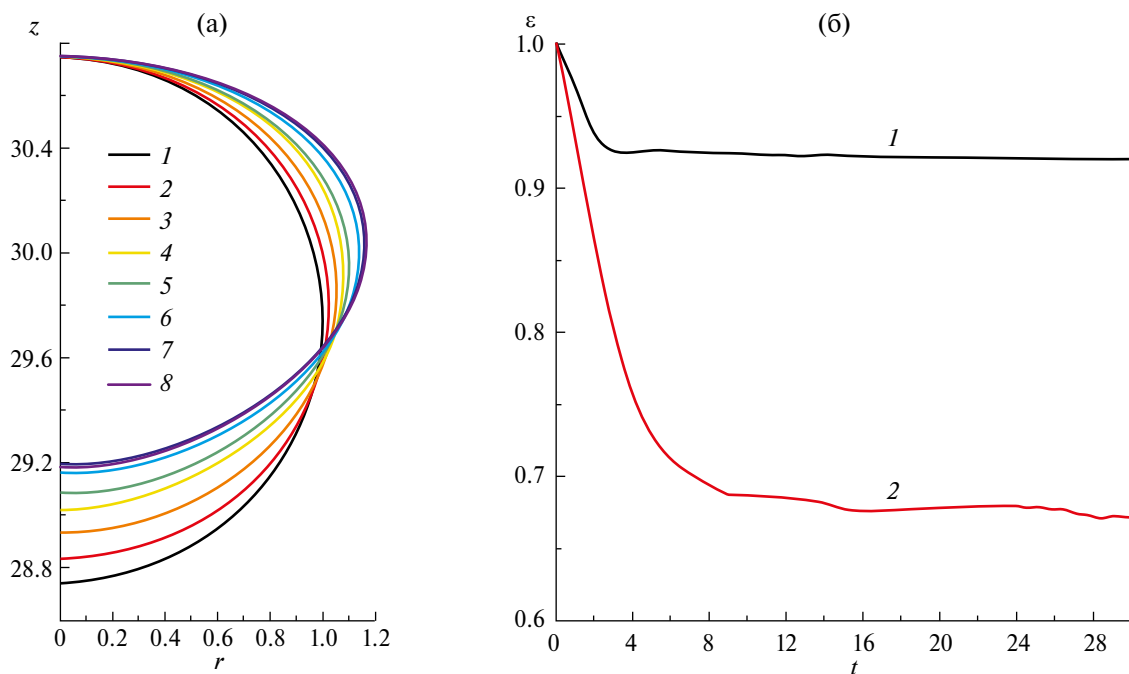


Рис. 1. Зависимость формы свободной поверхности для $\text{La}=0.01$ (а): 1 – $t=0$; 2 – $t=1$; 3 – $t=2$; 4 – $t=3$; 5 – $t=4$; 6 – $t=7$; 7 – $t=15$; 8 – $t=30$; зависимость коэффициента эллиптичности от времени (б): 1 – $\text{La}=1$, 2 – $\text{La}=0.01$.

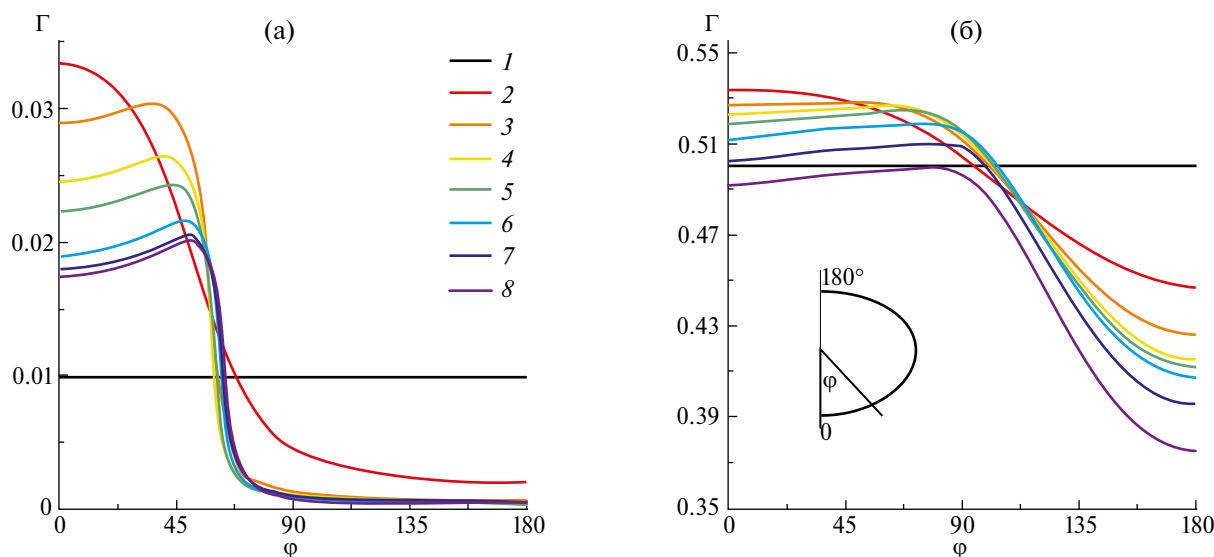


Рис. 2. Эволюция профилей поверхностной вязкости: (а) $La = 0.01$; (б) $La = 1$: 1 – $t = 0$; 2 – $t = 1$; 3 – $t = 2$; 4 – $t = 3$; 5 – $t = 4$; 6 – $t = 7$; 7 – $t = 15$; 8 – $t = 30$.

начинает разгоняться в вертикальном направлении под действием силы Архимеда. Движение сопровождается деформацией формы свободной поверхности, процессами сорбции ПАВ и его перераспределением вдоль границы. На рис. 1а показаны формы свободной границы, совмещенные в северном полюсе для $La = 0.01$ в выбранные моменты времени. Видно, что с течением времени форма свободной поверхности устанавливается. При высоком значении параметра Ленгмюра ($La = 1$) наблюдаются незначительные изменения формы свободной поверхности. Параметр эллиптичности ε , показанный на рис. 1б, рассчитывался как отношение размера пузырька вдоль оси z к диаметру миделевого сечения.

Доминирующую роль в переносе ПАВ вдоль границы для рассматриваемого течения и выбранных значений безразмерных критериев играют конвективные механизмы. В результате распределение поверхностной концентрации Γ , которая в начальный момент времени соответствовала равновесной, становится неоднородным, что приводит к формированию поверхностного градиента σ и эффекта Марангони, стремящегося уравновесить поверхностное натяжение.

На рис. 2а и 2б показаны распределения поверхностной концентрации Γ в выбранные моменты времени от угловой координаты φ (угол, на который нужно повернуть против часовой стрелки полярную ось для того, чтобы попасть в текущую точку свободной границы). Полярная ось выходит из точки, расположенной посереде-

не между северным и южным полюсами, и направлена вертикально вниз. Кинематика потока в окрестности границы формирует конвективный перенос ПАВ вдоль нее в направлении уменьшения угла φ . Для малого значения числа Ленгмюра ($La = 0.01$) на северном полушарии ($\varphi > 90^\circ$) к моменту $t = 2$ формируется область практически с нулевыми значениями поверхностной концентрации, а на южном в окрестности угловой координаты порядка 60° реализуется высокий градиент Γ и, следовательно, большие напряжения Марангони. При $La = 1$ качественно картина распределения ПАВ вдоль поверхности совпадает, однако градиент концентрации формируется на северном полушарии. На рис. 3 представлены распределения напряжений Марангони вдоль поверхности для момента времени $t = 30$, которые вычислялись по следующей формуле

$$\tau_M = -\frac{Ga}{Bo} \nabla_s \sigma = \frac{Ga Ma}{Bo} \frac{\nabla_s \Gamma}{1 - \Gamma}.$$

Для малого $La = 0.01$ они сконцентрированы на достаточно узком участке в окрестности угловой координаты 60° , а для $La = 1$ максимальные абсолютные значения расположены в окрестности координаты 120° . Таким образом, наличие ПАВ на поверхности жидкости приводит к формированию напряжений Марангони, которые стремясь уравновесить поверхностное натяжение, увеличивают лобовое сопротивление.

На рис. 4 представлены распределения радиальной (рис. 4а) и аксиальной (рис. 4в) составляющих вектора скорости точек свободной границы. При $La = 0.01$ на участке $\varphi < 60^\circ$ от-

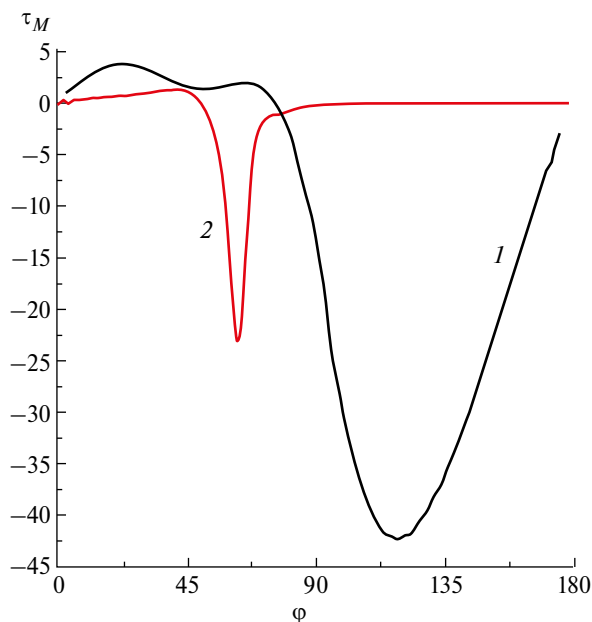


Рис. 3. Распределение напряжений Марангони в момент времени $t = 30$: 1 — $La = 0.01$; 2 — $La = 1$.

носительное перемещение точек свободной поверхности практически отсутствует. Радиальная скорость близка к нулю, а аксиальная — к средней скорости всплытия. Этот участок можно назвать зоной застоя, а его граница расположена в окрестности экстремума напряжений Марангони. При $La = 1$ максимальное абсолютное значение радиальной компоненты не превышает 0.02. Такое поведение вызвано проявлением эффекта Марангони. Зона застоя реализуется на всей поверхности пузырька. Следовательно, пузырек в среде с высокой концентрацией ПАВ всплывает в режимах, близких к движению твердых сфер в вязкой жидкости, что проиллюстрировано во многих экспериментальных работах.

Распределение характеристик в потоке после установления скорости всплытия представлено на рис. 5. При $La = 0.01$ в окрестности экватора реализуется область низкого давления, а в окрестности северного полюса — область высокого давления; при $La = 1$ распределение давления в окрестности пузырька не имеет больших градиентов. Это, по-видимому, объясняет более сплюснутые формы пузырька при низких значениях числа La .

В случае низких значений объемной концентрации ($La = 0.01$) по мере всплытия пузырька молекулы ПАВ адсорбируются на свободную поверхность преимущественно в северном полушарии и переносятся конвективными потоками в южное полушарие. При этом за пузырьком

формируется след с низкой объемной концентрацией. На участке застоя при полярном угле меньше 60° наблюдается процесс десорбции. Для высоких значений объемной концентрации ПАВ процессы сорбции практически не оставляют количественных изменений в объеме за пузырьком, а формирование характерного “уса” объясняется кинематикой потока и наличием циркуляционной зоны (рис. 6б).

Влияние числа Ленгмюра. Рассмотрим влияние числа La на процесс всплытия пузырька. Увеличение числа La можно рассматривать как увеличение объемной концентрации ПАВ при прочих равных. На рис. 7 представлены графики зависимости средней скорости всплытия пузырька от времени, которая определяется как среднее между скоростью северного и южного полюсов.

Наблюдается монотонное увеличение средней скорости пузырька во времени с последующим установлением. Процесс сопровождается небольшими колебаниями, связанными с колебанием формы поверхности в вертикальном направлении при низких значениях La . Увеличение La приводит к снижению установившейся скорости всплытия и затуханию колебаний. Из графиков видно, что при $La = 0.1$ наступает эффект насыщения и дальнейшее увеличение параметра не приводит к качественным и количественным изменениям формы поверхности и скорости. На рис. 7б показана эволюция установившейся формы свободной границы по мере увеличения числа La .

На рис. 8 приведены распределения характеристик вдоль свободной границы после установления скорости всплытия. При $La > 0.5$ кинематические характеристики совпадают, радиальная скорость близка к нулю, а аксиальная имеет однородное распределение, то есть на всей поверхности реализуется застойная зона, а кинематика соответствует всплытию сферы с граничным условием прилипания. Количественно распределения поверхностной концентрации отличаются при $La = 0.5$ и $La = 1$ (рис. 8в). Напряжения Марангони определяются распределениями поверхностного градиента Γ , которые практически совпадают (хотя абсолютные значения Γ отличаются), и, следовательно, картина распределения напряжений и кинематических характеристик одинакова.

Значимое уменьшение стационарной скорости всплытия даже при небольших концентрациях ПАВ демонстрируется во многих экспериментальных работах. При этом для сравнительно малых пузырьков соответствие коэффициента лобового сопротивления стоксовскому значению можно объяснить кинематикой потока в окрест-

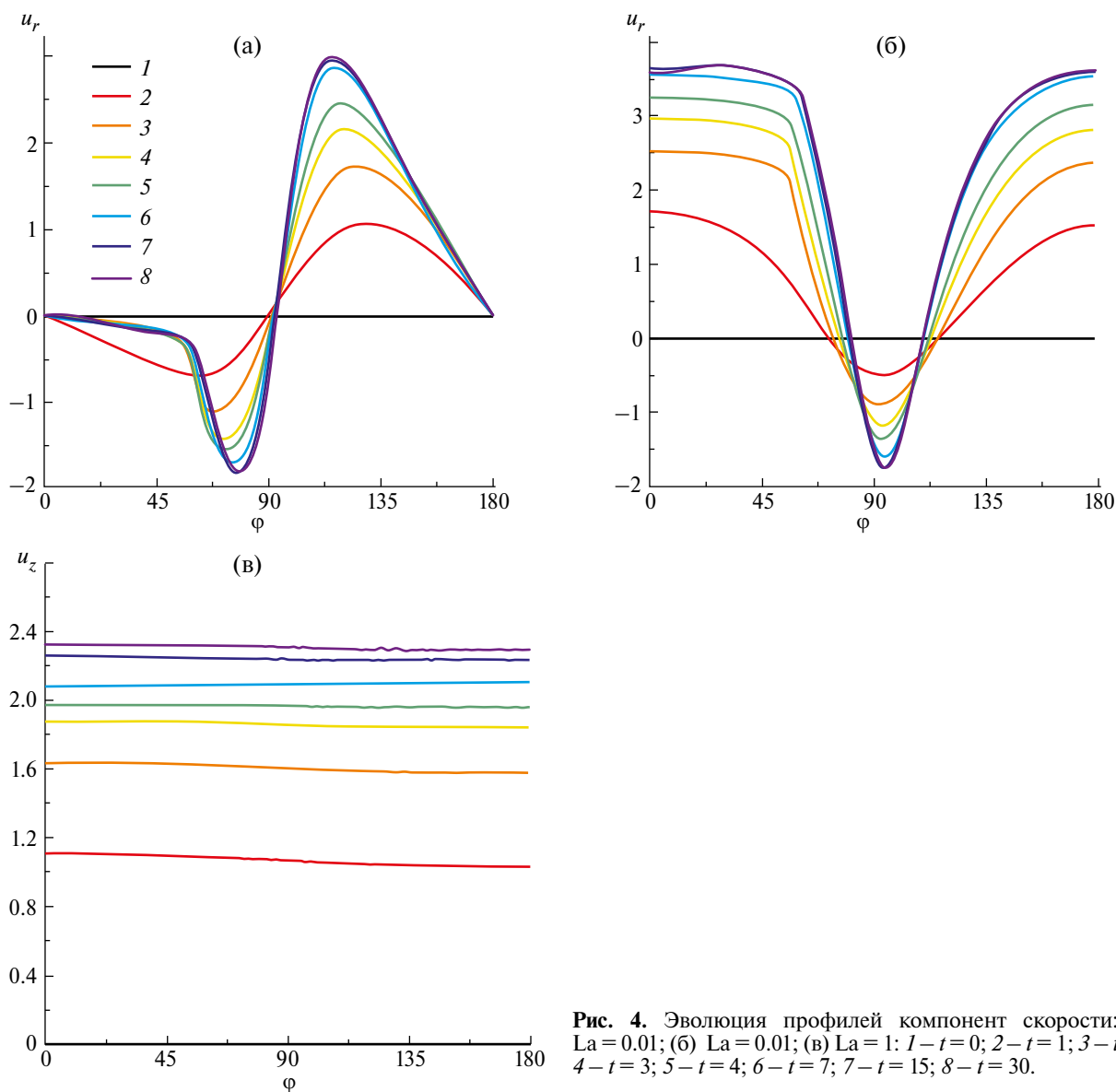


Рис. 4. Эволюция профилей компонент скорости: (а) $La = 0.01$; (б) $La = 0.01$; (в) $La = 1$: 1 – $t = 0$; 2 – $t = 1$; 3 – $t = 2$; 4 – $t = 3$; 5 – $t = 4$; 6 – $t = 7$; 7 – $t = 15$; 8 – $t = 30$.

ности свободной поверхности, соответствующей движению твердой сферы. Анализ рис. 8в показывает, что приближение о наличии застойной зоны [4, 5] справедливо только для случаев небольших La , когда реализуется участок с нулевой поверхностной концентрацией на лобовой части. При $La > 0.5$ граница застойной зоны не совпадает с областью высоких градиентов концентраций.

Влияние размера пузырька. Рассмотрим влияние размера пузырька на процесс всплытия. На рис. 9 представлены зависимости установившейся скорости всплытия от параметра La для четырех значений размерных радиусов начальной формы сферической поверхности. Увеличение значения параметра Ga соответствует увеличению начального радиуса пузырька.

Эффект увеличения лобового сопротивления и уменьшения скорости всплытия с ростом La ослабевает для больших размеров пузырька, что можно объяснить наличием циркуляционной зоны, которая формируется за пузырьком. В случае чистой жидкости без ПАВ для достаточно маленьких пузырьков она отсутствует, и линии тока плавно огибают их. С ростом размера пузырька на стационарном участке всплытия за ним реализуется циркуляционная зона (рис. 10а, 10б), которая снижает стационарную скорость всплытия. При добавлении в жидкость ПАВ на свободной поверхности начинают проявляться эффекты Марангони, стремящиеся уравновесить поверхностное натяжение и остановить конвективный перенос ПАВ к южному полю-

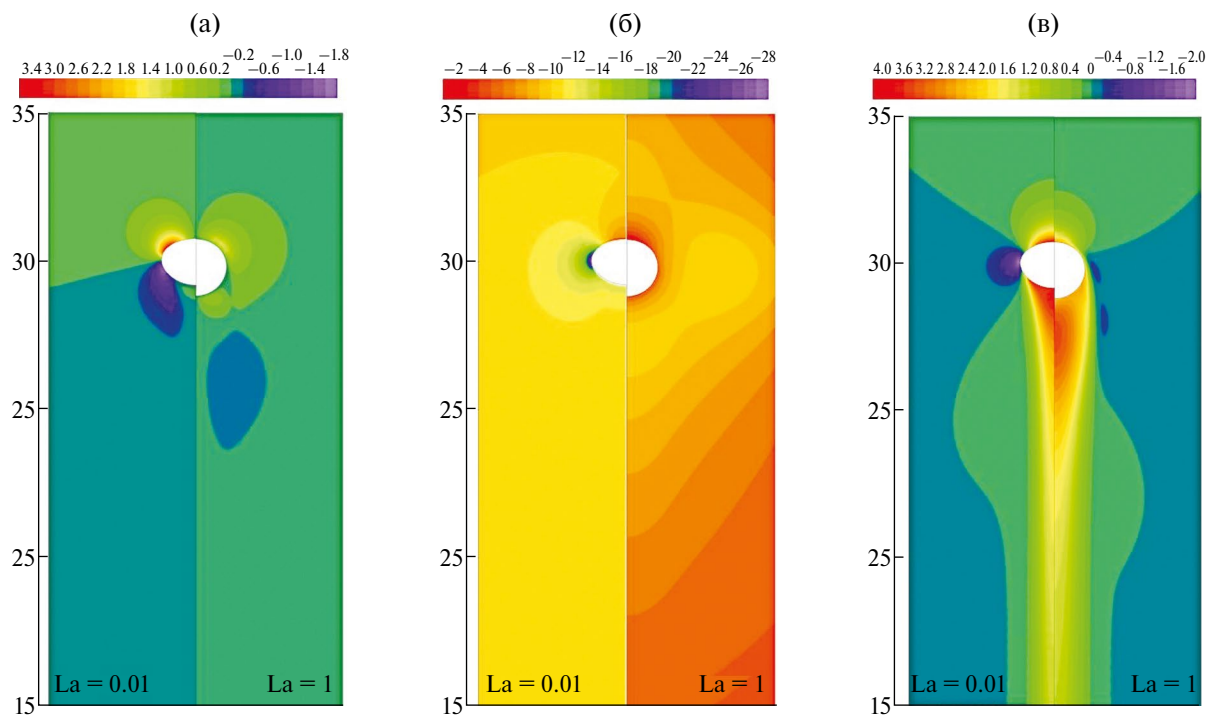


Рис. 5. Распределение компонент радиальной (а), аксиальной (б) скоростей и модифицированного давления (в) в момент времени $t = 30$.

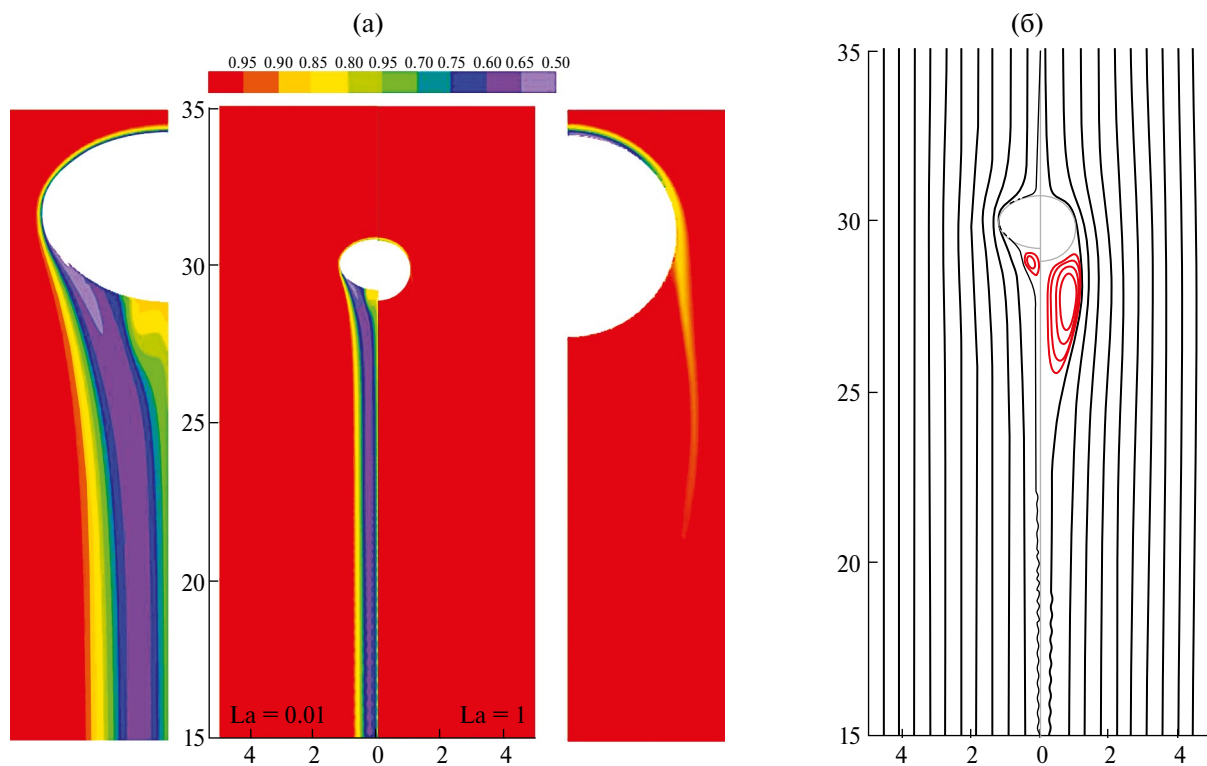


Рис. 6. Распределение объемной концентрации ПАВ (а) и мгновенных линий тока (б) в момент времени $t = 30$.

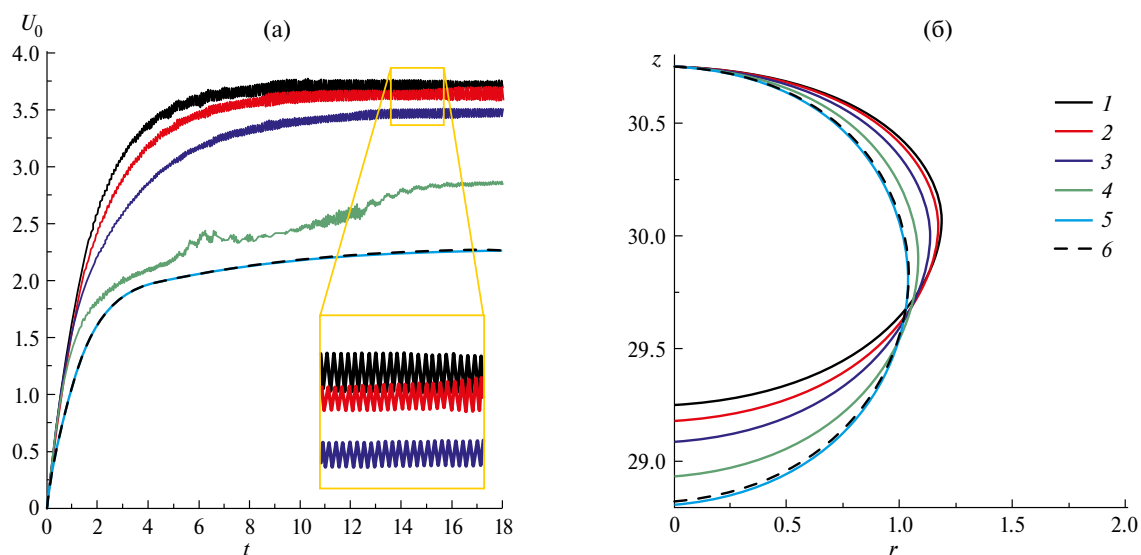


Рис. 7. Зависимость скорости всплытия от времени (а) и установившиеся формы свободной поверхности (б): 1 – $La = 0$; 2 – $La = 0.01$; 3 – $La = 0.02$; 4 – $La = 0.05$; 5 – $La = 0.1$; 6 – $La = 0.5$.

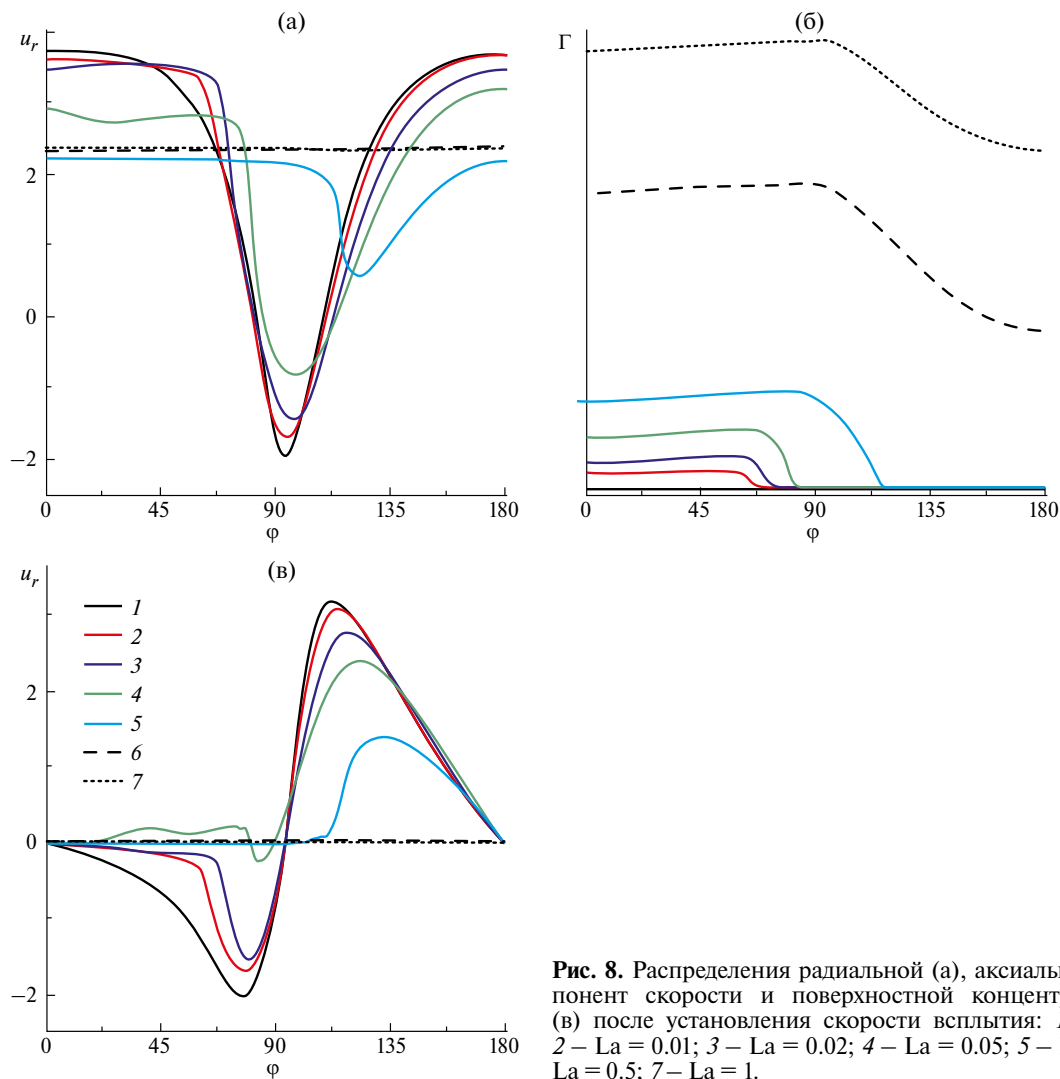


Рис. 8. Распределения радиальной (а), аксиальной (б) компонент скорости и поверхностной концентрации ПАВ (в) после установления скорости всплытия: 1 – $La = 0$; 2 – $La = 0.01$; 3 – $La = 0.02$; 4 – $La = 0.05$; 5 – $La = 0.1$; 6 – $La = 0.5$; 7 – $La = 1$.

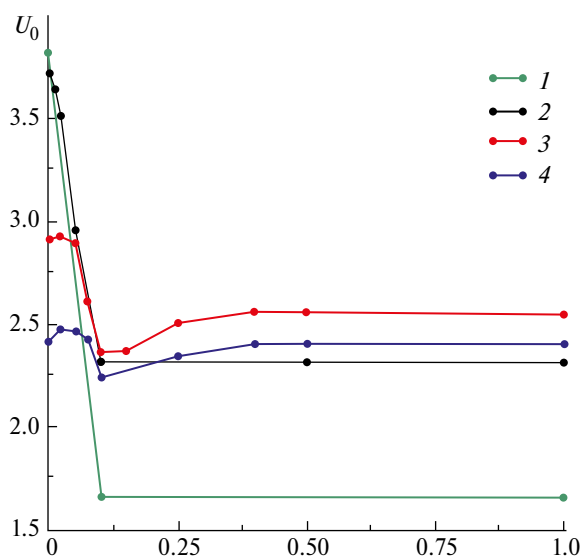


Рис. 9. Установившаяся скорость всплытия пузырька в зависимости от числа La ($Ma = 0.2$): 1 – $Ga = 35$, $Bo = 0.025$, $Pe = Pe^z = 35355$, $Ha = 0.035$, $K = 0.1$; 2 – $Ga = 100$, $Bo = 0.1$, $Pe = Pe^z = 10^3$, $Ha = 0.05$, $K = 0.05$; 3 – $Ga = 184$, $Bo = 0.225$, $Pe = Pe^z = 183711$, $Ha = 0.061$, $K = 0.033$; 4 – $Ga = 300$, $Bo = 0.441$, $Pe = Pe^z = 304318$, $Ha = 0.072$, $K = 0.024$.

су, что также приводит к снижению скорости всплытия. В результате для достаточно маленьких пузырьков доминирующее влияние на скорость оказывает эффект Марангони, а для больших циркуляционная зона.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулирована постановка задачи о течении, реализующемся при всплытии одиночного газового пузырька в жидкости с растворенным ПАВ, с учетом эффекта Марангони на свободной границе. Разработана численная методика расчета на базе оригинального лагранже-эйлерова подхода, который явно выделяет деформируемую свободную поверхность и реализовывает естественные граничные условия на ней. Исследован процесс установления скорости всплытия пузырька, и рассчитаны эволюции полей скорости и концентрации ПАВ на свободной границе, демонстрирующие развитие эффекта Марангони. В частности, показаны случаи, когда реализуется режим всплытия с формированием застойной зоны в кормовой части пузырька и режим всплытия

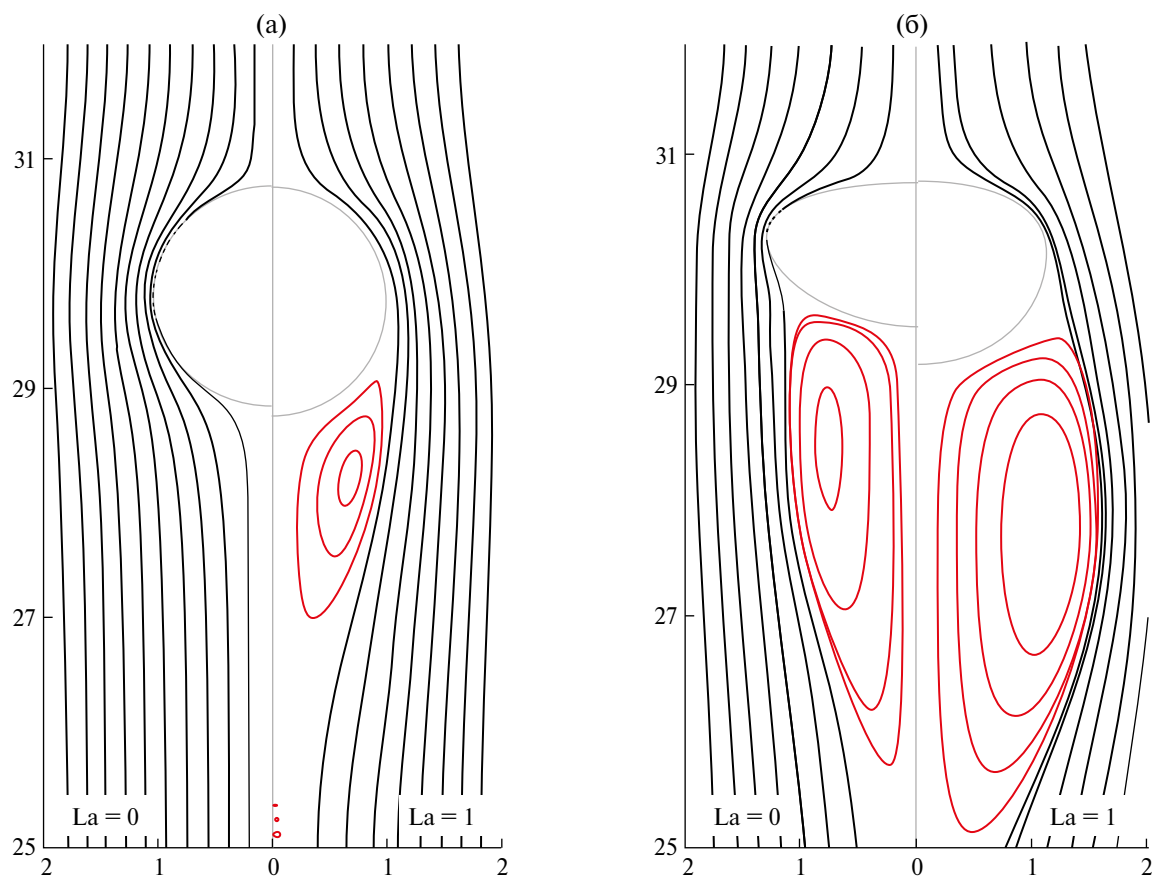


Рис. 10. Линии тока при всплытии одиночного пузырька: (а) $Ga = 35$; (б) $Ga = 300$.

с отсутствием относительного движения вдоль свободной границы, кинематика которого соответствует всплытию твердой сферы. Первый режим характеризуется достаточно малыми значениями числа Ленгмюра ($La < 0.5$), при которых справедливо приближение застойной зоны. Второй режим обосновывает использование приближение твердой сферы. Проведены параметрические исследования влияния параметра Ленгмюра и начального размера пузырька на структуру потока и построены критериальные зависимости. Показано, что эффект Марангони приводит к изменениям кинематических характеристик не только на свободной границе, но и в окрестности пузырька. С ростом параметра La в кормовой части формируется циркуляционная зона, продольные размеры которой в несколько раз превышают размеры пузырька.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-79-10028, <https://rscf.ru/project/22-79-10028/>.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

C	объемная концентрация ПАВ; моль/м ³ ;
D	коэффициент объемной диффузии, м ² /с;
D^{Σ}	коэффициент поверхностной диффузии, м ² /с;
g	ускорение свободного падения, м/с ² ;
H	начальная глубина, м;
K	безразмерная длина адсорбции;
k_1, k_2	безразмерные главные кривизны свободной поверхности;
k_a	константа скорости адсорбции, м ³ /(моль с);
k_d	константа скорости десорбции, 1/с;
p	гидродинамическое давление, Па;
R	радиус пузырька, м;
R_G	универсальная газовая постоянная, Дж/(моль К);
r	безразмерная радиальная координата;
S	безразмерный источниковый член;
T	температура, К;
t	безразмерное время;
U_0	безразмерная скорость всплытия пузырька;
z	безразмерная аксиальная координата;
Γ	безразмерная концентрация поверхностно-активного вещества на межфазной границе;
φ	угловая координата, градус;
σ	коэффициент поверхностного натяжения, Н/м;
τ_M	безразмерное напряжение Марангони;
Bo	число Бонда;

Ga	число Галилея;
Ha	число Хатта;
La	число Ленгмюра;
Ma	число Марангони;
Pe	число Пекле.

ИНДЕКСЫ

g	газовая фаза;
n	нормальное;
s	касательное;
0	начальный момент.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: ГИФМЛ, 1959.
2. Clift R., Grace J.R., Weber W.E. Bubbles, Drops, and Particles. New York: Academic Press, 1978.
3. Farsoiya P.K., Popinet S., Stone H.A., Deike L. Coupled volume of fluid and phase field method for direct numerical simulation of insoluble surfactant-laden interfacial flows and application to rising bubbles // Phys. Rev. Fluids. 2024. № 9. P. 094004.
4. Fdhila R.B., Duineveld P.C. The effect of surfactant on the rise of a spherical bubble at high Reynolds and Peclet numbers // Phys. Fluids. 1996. V. 8. P. 310.
5. Palaparthi R., Papageorgiou D.T., Maldarelli C. Theory and experiments on the stagnant cap regime in the motion of spherical surfactant-laden bubbles // J. Fluid. Mech. 2006. V. 559. P. 1.
6. Kentheswaran K., Dietrich N., Tanguy S., Lalanne B. Direct numerical simulation of gas-liquid mass transfer around a spherical contaminated bubble in the stagnant-cap regime. 2022. V.198. P. 123325.
7. Takemura F. Adsorption of surfactants onto the surface of a spherical rising bubble and its effect on the terminal velocity of the bubble // Phys. Fluids. 2005. V. 17. 048104.
8. Rubio A., Vega E.J., Cabezas M.G., Montanero J.M., Lopez-Herrera J.M., Herrada M.A. Bubble rising in the presence of a surfactant at very low concentrations // Phys. Fluids. 2024. V. 36. P. 062112.
9. Pang M., Jia M., Fei Y. Experimental study on effect of surfactant and solution property on bubble rising motion // J. Mol. Liq. 2023. V. 375. P. 121390.
10. Zhang B., Wang Z., Luo Y., Guo K., Zheng L. A mathematical model for single CO₂ bubble motion with mass transfer and surfactant adsorption/desorption in stagnant solutions // Separation and Purification Technology. 2023. V. 308. P. 122888.
11. Sokovnin O.M., Zagorskina N.V., Zagoskin S.N. Hydrodynamics of motion of spherical particles, drops, and bubbles in non-newtonian liquid: experimen-

- tal studies // Theor. Found. Chem. Eng. 2013. V. 47. № 4. P. 356. [Соковнин О.М., Загоскина Н.В., Загоскин С.Н. Гидродинамика движения сферических частиц, капель и пузырей в неньютоновской жидкости. Экспериментальные исследования // Теорет. основы хим. технологии. 2013. Т. 47. № 4. С. 422.]
12. Scriven L.E. Dynamics of a fluid interface Equation of motion for Newtonian surface fluids// Chem. Eng. Sci. 1960. V. 12 № 2. P. 98.
 13. Stone H.A. A simple derivation of the time-dependent convective-diffusion equation for surfactant transport along a deforming interface // Phys. Fluids A: Fluid Dynamics. 1992. V. 2. P. 111.
 14. Manikantan H., Squires T.M. Surfactant dynamics: hidden variables controlling fluid flows // J. Fluid Mech. 2020. V. 892. P. 1.
 15. Borzenko E.I., Usanina A.S., Shrager G.R. Experimental and theoretical investigation of the effect of dissolved surfactant on the dynamics of gas bubble floating-up // Fluid Dynamics. 2024. Vol. 59. № 4. P. 741. [Борзенко Е.И., Усанина А.С., Шрагер Г.Р. Экспериментально-теоретическое исследование влияние растворенного поверхностно-активного вещества на динамику всплытия газового пузырька // Изв. РАН. МЖГ. 2024. № 4. С. 108.]
 16. Hayashi K., Motoki Y., van der Linden M.J.A., Deen N.G., Hosokawa S., Tomiyama A. Single Contaminated Drops Falling through Stagnant Liquid at Low Reynolds Numbers // Fluids. 2022. V. 7. № 55. P. 1.
 17. Cuenot B., Magnaudet J., Spennato B. The effects of slightly soluble surfactants on the flow around a spherical bubble // J. Fluid Mech. 1997. V. 339. P. 25.

FLOW STRUCTURE AT FLOATING OF A SINGLE BUBBLE IN A LIQUID WITH SOLUTE SURFACTANT

E. I. Borzenko*, A. S. Usanina

National Research Tomsk State University, Tomsk, Russia

*e-mail: borzenko@ftf.tsu.ru

Abstract. The results of mathematical modeling of the nonstationary problem of gas bubble surfacing in a viscous liquid with a solute dissolved in it are presented. The problem formulation is written taking into account the adsorption and desorption effects of the surfactant at the interface and the dependence of the surface tension coefficient on concentration according to Langmuir's law. The numerical algorithm of the solution is based on the original Lagrangian-Eulerian technique, which allows us to explicitly allocate the free surface at the discrete level and realize natural boundary conditions on it. The process of establishing the stationary velocity of bubble surfacing is studied, and parametric research on the influence of the surfactant concentration and bubble size on the stationary velocity and flow structure in its vicinity is performed. The distributions of the velocity vector and surface concentration along the interface are presented, demonstrating the influence of the Marangoni effect on the surfacing process.

Keywords: gas bubble, viscous liquid, surfactant, sorption, parametric research, numerical modeling